

Aplicatia 1

În sistemul anglo-saxon, unitatea de măsură a cantității de căldură este BTU (British Thermal Unit). Capacitatea termică masică a apei în acest sistem este de 1 BTU/(lb×°F). Știind că 1 K = 1°C = 1,8°F și că 1 lb = 0,454 kg, să se deducă relația de transformare a BTU în kcal și în J.

Rezolvare:

Relația care definește capacitatea termică masică este:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = m \cdot c_p \cdot (t_2 - t_1)$$

în care:

Q – cantitatea de căldură utilizată la încălzirea celor m unități masice de apă;

c_p – capacitatea termică masică a apei;

t_2 și t_1 – temperaturile finale și inițiale ale apei.

$$Q = 1 \text{ lb} \cdot 1 \frac{\text{BTU}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{F}} \cdot 1^\circ\text{F} = 1 \text{ BTU}$$

$$\rightarrow 1 \text{ BTU} = 0,252 \text{ kcal}$$

$$Q = 0,454 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \frac{1}{1,8} ^\circ\text{C} = 0,252 \text{ kcal}$$

$$\text{Dar } 1 \text{ kcal} = 4190 \text{ J} = 4,19 \text{ kJ} \rightarrow 1 \text{ BTU} = 0,252 \times 4190 \text{ J} = 1055,88 \text{ J} = 1,055 \text{ kJ}$$

Aplicatia 2

Transferul de căldură conductiv prin pereți plani paraleli este descris de ecuația:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} \times A \times \Delta T$$

în care:

Q – cantitatea de căldură transmisă prin conducție;

δ – grosimea pereților;

A – aria suprafeței prin care se transmite căldura;

ΔT – diferența de temperatură între cele două fețe ale pereților.

Să se determine unitatea de măsură a conductivității termice, λ , în SI.

Rezolvare:

Din ecuație rezultă:

$$\lambda = \frac{Q \cdot \delta}{A \cdot \Delta T} \text{ Dimensional, } [\lambda] = \left[\frac{Q \cdot \delta}{A \cdot \Delta T} \right] = \frac{\text{J/s} \cdot \text{m}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}} = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Aplicatia 3

Folosind metoda analizei dimensionale, să se găsească ecuația criterială care descrie curgerea fluidelor, considerând că fenomenul este influențat de: lungime ($l \equiv [L]$), viteza de curgere ($v \equiv [LT^{-1}]$), densitatea fluidului ($\rho \equiv [ML^{-3}]$), viscozitatea fluidului ($\mu \equiv [ML^{-1}T^{-1}]$), tensiunea superficială ($\sigma \equiv [MT^{-2}]$), accelerația gravitațională ($g \equiv [LT^{-2}]$), căderea de presiune ($\Delta P \equiv [ML^{-1}T^{-2}]$).

Rezolvare:

Se folosește **Teorema π** :

$m = 7$; $n = 3$ (M, L, T) $\rightarrow i = m - n = 7 - 3 = 4$ grupuri adimensionale π ;

Relația căutată va avea forma:

$F_2(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = \text{constant}$

Se aleg drept mărimi comune l , v și ρ .

Astfel:

$$\pi_1 = l^{a_1} \cdot v^{b_1} \cdot \rho^{c_1} \cdot g^{d_1}$$

$$\pi_2 = l^{a_2} \cdot v^{b_2} \cdot \rho^{c_2} \cdot (\Delta P)^{d_2}$$

$$\pi_3 = l^{a_3} \cdot v^{b_3} \cdot \rho^{c_3} \cdot \mu^{d_3}$$

$$\pi_4 = l^{a_4} \cdot v^{b_4} \cdot \rho^{c_4} \cdot \sigma^{d_4}$$

Întrucât $\pi_1, \dots, \pi_4$ sunt adimensionale, se obține (rezolvând sistemele de ecuații în care se impune $d_i = 1$):

$$\pi_1 = l^1 \cdot v^{-2} \cdot \rho^0 \cdot g^1 = \frac{l \cdot g}{v^2} = Fr$$

$$\pi_2 = l^0 \cdot v^{-2} \cdot \rho^{-1} \cdot (\Delta P) = \frac{\Delta P}{\rho \cdot v^2} = Eu$$

$$\pi_3 = l^{-1} \cdot v^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot \mu = \left(\frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu} \right)^{-1} = \frac{1}{Re}$$

$$\pi_4 = l^1 \cdot v^2 \cdot \rho^1 \cdot \sigma^{-1} = \frac{l \cdot v^2 \cdot \rho}{\sigma} = We$$

Aplicatia 4

Mișcarea unui fluid este reprezentată de ecuația criterială:

$Eu = f(Re, Fr)$.

Să se stabilească condițiile pentru care acest proces poate fi modelat la scară de laborator. Dacă fluidul care va fi folosit în prototip este glicerina care va fi raportul de transpunere la scară maxim realizabil, dacă fluidul utilizat în model este:

- glicerina;
- apa;
- eterul etilic.

Se consideră că atât în prototip, cât și în model, procesul decurge la 293 K, temperatură la care proprietățile fluidelor implicate au următoarele valori:

Fluidul	Glicerină	Apă	Eter etilic
Densitate (kg/m ³)	1260	998	710
Viscozitate (mPa.s)	1480	1	0,24

Rezolvare:

Ecuatia care descrie fenomenul este de forma:

$$Eu = a \times Re^m \times Fr^n \quad (1)$$

Conform teoriei similitudinii, cele două curgeri, din model (M) și prototip (P), vor fi similare dacă sunt descrise de aceeași ecuație și dacă sunt îndeplinite simultan condițiile:

$$Re_M = Re_P \quad (2)$$

$$Fr_M = Fr_P \quad (3)$$

Ținând cont că:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu} \quad (4)$$

și:

$$Fr = \frac{l \cdot g}{v^2} \quad (5)$$

din (2) și (4) rezultă:

$$\frac{v_M}{v_P} = \frac{l_P \cdot \mu_M \cdot \rho_P}{l_M \cdot \mu_P \cdot \rho_M} \quad (6)$$

iar din (3) și (5) rezultă:

$$\frac{v_M}{v_P} = \left(\frac{l_M}{l_P} \right)^{1/2} \quad (7)$$

Eliminând v_M/v_P între ecuațiile (6) și (7), se obține relația:

$$\left(\frac{l_P}{l_M} \right)^3 = \left(\frac{\mu_P}{\rho_P} \right)^2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\mu_M} \right)^2 \quad (8)$$

Relația (8) permite calculul rapoartelor de transpunere la scară în funcție de proprietățile lichidelor (densitate și viscozitate) folosite în model și în prototip.

Deoarece în prototip se folosește glicerina, ecuația (8) devine:

$$\left(\frac{l_P}{l_M} \right)^3 = \left(\frac{1480}{1260} \right)^2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\mu_M} \right)^2 = 1,38 \left(\frac{\rho_M}{\mu_M} \right)^2 \quad (9)$$

a) în model se folosește tot glicerina

Ecuatia (9) devine:

$$\left(\frac{l_P}{l_M} \right)^3 = 1,38 \left(\frac{\rho_M}{\mu_M} \right)^2 = 1,38 \cdot 0,7248 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad l_P = l_M$$

b) în model se folosește apa

Ecuatia (9) devine:

$$\left(\frac{l_P}{l_M}\right)^3 = 1,38 \left(\frac{998}{1}\right)^2 = 1,38 \cdot 996004 = 1374485,52 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{l_P}{l_M} = 106 \quad \longleftrightarrow \quad l_P = 106 \times l_M$$

c) în model se folosește eterul etilic

Ecuția (9) devine:

$$\left(\frac{l_P}{l_M}\right)^3 = 1,38 \left(\frac{710}{0,24}\right)^2 = 1,38 \cdot 8751736 = 12077396 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{l_P}{l_M} = 217 \quad \longleftrightarrow \quad l_P = 217 \times l_M$$

Concluzie:

Folosind tot glicerină în model, nu se poate modifica scara – era evident, întrucât Fr și Re sunt incompatibile;

Folosind alte fluide cu proprietăți diferite se introduc distorsiuni care permit evitarea incompatibilității criteriilor. Astfel, folosind apa în model se poate obține un prototip de 100 ori mai mare decât modelul, iar folosind eterul etilic se poate obține un prototip de 200 ori mai mare decât modelul.