

Dr. ing. LUCIAN GAVRILĂ

FENOMENE

DE

TRANSFER

Vol. II

TRANSFER DE CĂLDURĂ ȘI DE MASĂ

**Editura ALMA MATER
BACĂU 2000**



UNIVERSITATEA din BACĂU
FACULTATEA DE INGINERIE

Dr. ing. LUCIAN GAVRILĂ

FENOMENE DE TRANSFER

Vol. II

TRANSFER DE CĂLDURĂ ȘI DE MASĂ

**Editura ALMA MATER
Bacău 2000**

Copyright © 2000 Lucian Gavrila

Toate drepturile rezervate. Nici o parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă sau transmisă sub nici o formă și prin nici un fel de mijloc – electronic sau mecanic – inclusiv prin fotocopiere, înregistrare magnetică sau prin alt sistem de stocare și redare a informației, fără permisiunea scrisă a deținătorului de Copyright.

Referenți științifici:

- Prof. dr. ing. **STELIAN PETRESCU**, Facultatea de Chimie Industrială, Universitatea Tehnică “Gh. Asachi” Iași
- Prof. dr. ing. **ABDELKRIM AZZOUZ**, Facultatea de Inginerie, Universitatea Bacău

Lucrarea “**FENOMENE DE TRANSFER**” a fost discutată și avizată în cadrul *Catedrei de Chimia și Tehnologia Produselor Alimentare* – Facultatea de Inginerie, Universitatea Bacău.

Tehnoredactare computerizată, grafica și coperta:
Lucian Gavrila

CUPRINS

4.	TRANSFERUL DE CĂLDURĂ	1
4.1.	NOȚIUNI INTRODUCTIVE	1
4.1.1.	Transferul de căldură și principiile termodinamicii	1
4.1.2.	Noțiuni fundamentale	3
4.1.3.	Mecanisme de transmitere a căldurii	4
4.1.4.	Conceptul de rezistență termică	6
4.2.	TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN CONDUCTIVITATE	6
4.2.1.	Ecuatiile diferențiale ale conductivității termice	6
4.2.2.	Distribuția temperaturilor într-un mediu imobil	9
4.2.3.	Coeficientul de conductivitate termică	10
4.2.3.1.	Conductivitatea termică a gazelor	11
4.2.3.2.	Conductivitatea termică a lichidelor	12
4.2.3.3.	Conductivitatea termică a materialelor solide	14
4.2.4.	Transfer termic conductiv în regim staționar	15
4.2.4.1.	Transfer termic prin pereți plani simpli	16
4.2.4.2.	Transfer termic prin pereți plani compuși	18
4.2.4.3.	Transfer termic prin pereți cilindrici simpli	19
4.2.4.4.	Transfer termic prin pereți cilindrici compuși	21
4.2.5.	Transfer termic conductiv în regim nestaționar	22
4.3.	TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN RADIAȚIE	23
4.3.1.	Noțiuni fundamentale	23
4.3.2.	Legile radiației termice	25
4.3.3.	Transfer termic radiant între corpuri solide	26
4.3.4.	Radiația gazelor și vaporilor	27
4.4.	TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN CONVECȚIE	28
4.4.1.	Stratul limită termic	28
4.4.2.	Coeficientul individual de transfer termic	29
4.4.3.	Ecuția diferențială a transferului termic convectiv	32
4.4.4.	Ecuții criteriale ale transferului termic convectiv	34
4.4.5.	Determinarea coeficienților individuali de transfer termic	36
4.4.5.1.	Transfer termic la curgerea prin conducte și canale	37
4.4.5.2.	Transfer termic la curgerea peste fascicule tubulare	40
4.4.5.3.	Transfer termic la curgerea pe suprafețe plane	42
4.4.5.4.	Transfer termic la amestecarea lichidelor cu agitatoare	43
4.4.5.5.	Transfer termic la fierberea lichidelor	44
4.4.5.6.	Transfer termic la condensarea vaporilor	47
4.4.5.7.	Valori orientative ale coeficienților individuali de transfer termic	58
4.5.	TRANSFERUL GLOBAL DE CĂLDURĂ	59
4.5.1.	Transfer global de căldură indirect între două fluide	61
4.5.1.1.	Transfer global de căldură la potențial termic constant	61

4.5.1.2.	Transfer global de căldură la potențial termic variabil	64
4.5.1.2.1.	Transfer termic la potențial variabil în regim staționar	67
4.5.1.2.2.	Transfer termic la potențial variabil în regim nestaționar	69
4.5.1.2.2.1.	Variația temperaturilor numai în timp	69
4.5.1.2.2.2.	Variația temperaturilor în timp și în spațiu	72
4.5.2.	Transfer global de căldură direct între două fluide	74
4.5.2.1.	Transfer termic direct fără schimbarea stării de agregare	75
4.5.2.2.	Transfer termic direct cu schimbarea stării de agregare	76
4.5.3.	Valori orientative ale coeficientului global de transfer termic	79
4.5.4.	Analiza coeficientului global de transfer termic	82
4.6.	BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE	86
5.	TRANSFERUL DE MASĂ	87
5.1.	NOȚIUNI INTRODUCTIVE	87
5.1.1.	Exprimarea compoziției fazelor	87
5.1.2.	Echilibrul între faze	90
5.1.2.1.	Legea fazelor a lui Gibbs	91
5.1.2.2.	Legea lui Raoult	93
5.1.2.3.	Legea lui Henry	97
5.1.2.4.	Legea de repartiție a lui Nernst	99
5.2.	MĂRIMI ȘI ECUAȚII FUNDAMENTALE ALE TRANSFERULUI DE MASĂ	100
5.2.1.	Flux masic, flux masic unitar	100
5.2.2.	Mecanisme de transfer de masă	101
5.2.3.	Difuziunea moleculară ordinară. Legea I a lui Fick	102
5.2.4.	Coeficientul de difuziune	103
5.2.4.1.	Coeficienți de difuziune în gaze	104
5.2.4.2.	Coeficienți de difuziune în lichide	108
5.2.4.3.	Coeficienți de difuziune în solide	111
5.2.5.	Difuziunea turbulentă	114
5.2.6.	Difuziunea convectivă. Ecuația diferențială a difuziunii	115
5.2.7.	Ecuații criteriale ale difuziunii	119
5.3.	DIFUZIUNEA ÎNTR-O SINGURĂ FAZĂ	125
5.3.1.	Difuziunea într-un amestec binar de gaze	125
5.3.2.	Procedee de separare bazate pe difuziunea într-o singură fază	126
5.3.2.1.	Difuziunea moleculară sub gradient termic	126
5.3.2.2.	Difuziunea moleculară sub gradient de presiune	127
5.3.2.3.	Difuziunea de masă	129
5.4.	DIFUZIUNEA ÎNTRE DOUĂ FAZE	130
5.4.1.	Mecanismul transferului de masă interfazic	132
5.4.1.1.	Teoria celor două filme	132
5.4.1.2.	Teoria reînnoirii suprafeței	133
5.4.1.3.	Teoria reînnoirii întâmplătoare a suprafeței	135
5.4.1.4.	Teoria film – penetrație	136
5.4.2.	Coeficienți individuali de transfer de masă	138

5.4.2.1.	Coeficienți individuali de transfer în coloane cu pereți udați	141
5.4.2.2.	Coeficienți individuali de transfer în coloane cu umplutură	142
5.4.2.3.	Coeficienți individuali de transfer în coloane cu talere	144
5.4.2.4.	Coeficienți individuali de transfer în coloane cu barbotare	147
5.4.2.5.	Coeficienți individuali de transfer în sisteme gaz – lichid prevăzute cu agitare mecanică	148
5.4.2.6.	Coeficienți individuali de transfer în sisteme gaz – solid	149
5.4.3.	Transferul global de masă	152
5.4.3.1.	Transfer global de masă la potențial constant	153
5.4.3.2.	Transfer global de masă la potențial variabil	156
5.4.3.3.	Calculul potențialului global mediu al transferului de masă	158
5.5.	DIMENSIONAREA TEHNOLOGICĂ A UTILAJELOR DE TRANSFER DE MASĂ	162
5.5.1.	Calculul diametrului coloanelor de transfer de masă	163
5.5.2.	Calculul înălțimii coloanelor de transfer de masă	163
5.5.2.1.	Calculul înălțimii coloanelor cu contact în trepte	164
5.5.2.2.	Calculul înălțimii coloanelor cu contact diferențial	166
5.5.2.2.1.	Calculul înălțimii din suprafața de transfer de masă	166
5.5.2.2.2.	Calculul înălțimii ca produs între înălțimea unității de transfer (IUT) și numărul unităților de transfer (NUT)	167
5.5.2.2.3.	Calculul înălțimii ca produs între numărul de trepte teoretice de contact (N_T) și înălțimea echivalentă a unei trepte teoretice de transfer (IETT)	168
5.6.	BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE	169
6.	ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ	171
6.1.	TRANSFERUL SIMULTAN DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ	171
6.2.	ELEMENTE COMUNE FENOMENELOR DE TRANSFER	173
6.3.	MECANISME DE TRANSFER	175
6.3.1.	Transfer prin mecanism radiant	175
6.3.2.	Transfer prin mecanism molecular	175
6.3.3.	Transfer prin mecanism convectiv	178
6.3.4.	Transfer interfazic	179
6.4.	TRANSFER MOLECULAR, CONVECTIV ȘI TURBULENT	179
6.5.	ANALOGIA FENOMENELOR DE TRANSFER	182
6.5.1.	Analogia Reynolds	182
6.5.2.	Analogia Prandtl – Taylor	184
6.5.3.	Analogia von Kármán	187
6.5.4.	Analogia Chilton – Colburn	188
6.6.	SISTEMATIZAREA CRITERIILOR DE SIMILITUDINE	189
6.7.	BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE	191
7.	BIBLIOGRAFIE GENERALĂ	193

4. TRANSFERUL DE CĂLDURĂ

4.1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Transferul de căldură este un fenomen complex, reprezentat de schimbul de energie termică între două corpuri solide, două regiuni ale aceluiași corp, două fluide, ca rezultat al existenței unei diferențe de temperatură (potențial termic) între acestea. Existența unui potențial termic determină transferul spontan de energie de la corpul cu temperatura mai ridicată la corpul cu temperatura mai scăzută.

Dacă în cazul termocineticii și termodinamicii clasice se tratează procese și stări de echilibru sau procese de transformare a energiei termice în energie mecanică, transferul de căldură se ocupă cu procese dinamice, în care energia termică la anumiți parametri se transformă tot în energie termică, dar la alți parametri. Legile transferului termic stau la baza conceperii și exploatării unui număr mare de procese, aparate și instalații industriale, caracteristice nu numai industriei alimentare.

Cantitativ, transferul de căldură decurge conform principiului conservării energiei, principiu exprimabil pentru **sistemele izolate** prin următoarea ecuație generală de bilanț termic:

$$Q_{cedat} = Q_{primit} \quad (4.1)$$

Ecuația (4.1) exprimă faptul că într-un sistem izolat, în regim staționar, cantitatea de căldură cedată de corpul cu temperatura mai ridicată este egală cu cantitatea de căldură primită de corpul cu temperatura mai scăzută. Formularea este valabilă în cazul absenței din sistem a unor surse de căldură: reacții chimice, biochimice sau nucleare. În cazul **sistemelor neizolate**, ecuația (4.1) capătă forma:

$$Q_{cedat} = Q_{primit} + Q_{pierderi} \quad (4.2)$$

în care ultimul termen din membrul drept reprezintă cantitatea de căldură schimbată cu mediul înconjurător.

4.1.1. Transferul de căldură și principiile termodinamicii

Principiul întâi al termodinamicii (principiul conservării energiei) poate fi scris sub forma:

$$\sum dE_i = 0 \quad (4.3)$$

adică “suma variațiilor tuturor energiilor într-un sistem închis este nulă”. În cazul în care energiile transferate sunt energia internă și energia mecanică, ecuația (4.3) devine:

$$dQ = dU + dL \quad (4.4)$$

respectiv “căldura schimbată de sistem cu mediul exterior este dată de suma variației energiei interne și a lucrului mecanic efectuat în interacțiunea dintre sistem și mediu”. Căldura și lucrul mecanic nefiind parametri de stare (diferențiale totale exacte), sunt funcții de succesiunea stărilor intermediare între stare inițială și cea finală a procesului. Ca urmare, variația energiei termice într-un proces termodinamic va fi o funcție de proces, respectiv de transformare.

Entalpia este un parametru de stare definit de expresia:

$$i = U + PV \quad (4.5)$$

Diferențiind (4.5) și înlocuind în (4.4), principiul I se poate scrie:

$$dQ = di - VdP \quad (4.6)$$

Cu ajutorul relației (4.6) căldura poate fi definită ca parametru de stare în procesele izobare ($P = \text{ct.}$) și izobar – izoterme ($P = \text{ct.}$; $T = \text{ct.}$). Astfel de procese sunt procesele de transformare de fază: topirea, fierberea, sublimarea, cristalizarea, condensarea. Cantitatea de căldură schimbată în aceste procese poate fi exprimată funcție de entalpia inițială (i_1) și cea finală (i_2) a sistemului:

$$(Q)_{P,T} = i_2 - i_1 = r \quad (4.7)$$

r reprezentând căldura specifică (latentă) a transformării de fază.

Principiul al doilea al termodinamicii (principiul creșterii entropiei) stabilește sensul transformărilor spontane. Conform acestui principiu, “orice proces spontan tinde să se petreacă de la o stare mai puțin probabilă la una mai probabilă”. Parametrul de stare care determină sensul transformării de energie este **entropia** (S):

$$dS \geq \frac{1}{T} dQ \quad (4.8)$$

semnul “=” fiind expresia proceselor reversibile, iar semnul “>” fiind expresia proceselor ireversibile. Deoarece $T > 0$, dQ și dS au întotdeauna același semn: ca urmare, acumularea de căldură decurge cu creșterea entropiei, iar cedarea căldurii decurge cu scăderea entropiei sistemului.

Principiul al treilea al termodinamicii (principiul lui Nernst) arată că entropia tinde către o valoare finită când temperatura tinde către zero:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = 0 \quad (4.9)$$

O consecință importantă a acestui principiu este inaccesibilitatea temperaturii de zero absolut (0 K).

4.1.2. Noțiuni fundamentale

În transferul de căldură nu se urmărește atingerea unui echilibru termic, ci existența în permanență a unei forțe motrice de transfer, determinată de diferența de temperatură dintre două puncte.

Temperatura este un parametru scalar de stare, definit de funcția:

$$T = f(x, y, z, t) \quad (4.10)$$

funcție denumită **ecuația câmpului de temperatură** în regim termic nestaționar. În regim staționar, ecuația câmpului de temperatură are forma:

$$T = f(x, y, z) \quad (4.11)$$

Izoterma reprezintă totalitatea punctelor care la timpul t au aceeași temperatură. Între două izoterme vecine, T și $T + \Delta T$, la timpul t , variația temperaturii pe diferite distanțe $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots$ va fi o mărime variabilă de forma:

$$\frac{\Delta T}{\Delta l_1}, \frac{\Delta T}{\Delta l_2}, \dots, \frac{\Delta T}{\Delta l_n}, \dots \quad (4.12)$$

a cărei valoare maximă se obține pe direcția normală, Δl_n (fig. 4.1). Limita raportului dintre variația temperaturii și distanța normală la izotermele considerate poartă denumirea de **gradient de temperatură**:

$$\lim_{\Delta l_n \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta T}{\Delta l_n} \right| = \frac{\partial T}{\partial l_n} \quad (4.13)$$

Gradientul de temperatură este o mărime vectorială, care se poate scrie:

$$\text{grad } T = \frac{\partial T}{\partial l_{n,0}} (\vec{l}_{n,0}) = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial k} \vec{k} = \nabla T \quad (4.14)$$

Deoarece gradientul de temperatură este un vector al cărui sens corespunde creșterii de temperatură, gradientul cu semn negativ va reprezenta o cădere de temperatură. Dimensional:

$$[\text{grad } T] = \Theta \cdot L^{-1} = [K \cdot m^{-1}] \quad (4.15)$$

Cantitatea de căldură transferată în unitatea de timp poartă denumirea de **debit (flux) de căldură**:

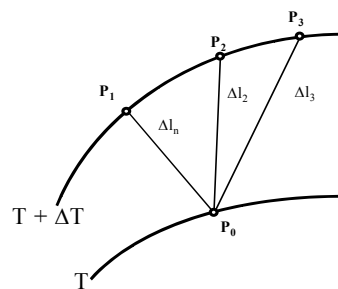


Fig. 4.1. Variația temperaturii între două izoterme

$$Q_s = \lim_{t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right| = \frac{dQ}{dt} \quad (4.16)$$

În regim termic staționar, fluxul termic este constant în timp, putându-se astfel defini **debitul (fluxul) mediu**:

$$\bar{Q}_s = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (4.17)$$

Fluxul termic unitar (solicitarea termică) este definită ca fiind cantitatea de căldură transferată în unitatea de timp prin unitatea de suprafață:

$$q = \frac{dQ_s}{dA} = \frac{d}{dA} \left(\frac{dQ}{dt} \right) = \frac{d^2 Q}{dA \cdot dt} \quad (4.18)$$

Pentru condiții de staționaritate a procesului de transfer termic se poate defini un **flux unitar mediu (solicitare termică medie)**:

$$\bar{q} = \frac{\Delta Q}{\Delta A \cdot \Delta t} \quad (4.19)$$

Cantitatea de căldură având dimensiunile unei energii, fluxul termic este o energie raportată la unitatea de timp, măsurându-se în J/s = W. Fluxul termic unitar se va măsura corespunzător în J/(m²·s) = W/m².

4.1.3. Mecanisme de transmitere a căldurii

Există trei modalități de transmitere a căldurii: prin conducție, prin radiație și prin convecție. În majoritatea cazurilor întâlnite în practică, transmiterea căldurii se realizează simultan prin două sau chiar prin toate trei mecanismele amintite mai sus. Întotdeauna transmiterea căldurii prin convecție este însoțită de un transfer conductiv de căldură. Pierderea de căldură a unui corp cald în mediul înconjurător se realizează prin toate cele trei mecanisme de transfer. În unele cazuri, deși căldura se transferă prin toate cele trei mecanisme, unul dintre ele deține ponderea cea mai mare în transferul global, acest mecanism fiind mecanismul determinant de transfer termic.

Transferul de căldură conductiv (conducție, conductivitate) apare în medii imobile (solide) sau fără mișcări aparente (fluide). Transferul de căldură se realizează din aproape în aproape în interiorul unui corp sau între două corpuri aflate în contact nemijlocit, fără o deplasare aparentă de substanță. Transferul se realizează prin intermediul unor purtători de căldură microscopici: molecule (în fluide), atomi și ioni (în rețele cristaline), electroni liberi (în rețele metalice). Purtătorii de căldură din zona aflată la temperatura mai ridicată sunt caracterizați printr-o energie cinetică mai

ridicată. Prin ciocniri elastice între molecule, moleculele cu energie cinetică mai ridicată cedează o parte din aceasta moleculelor sărace în energie, ajungându-se în final la egalizarea energiilor cinetice, deci și a temperaturii. În cazul solidelor cristaline transmiterea căldurii se realizează ca urmare a mișcării relative de vibrație a atomilor sau ionilor în nodurile rețelei. Întrucât această mișcare este mai puțin intensă decât mișcarea moleculelor în fluide, conductivitatea termică a solidelor cristaline nemetalice este mai scăzută în comparație cu conductivitatea termică a lichidelor. În cazul metalelor, datorită mării mobilități a electronilor liberi din banda de conducție, transferul conductiv este rapid, explicându-se astfel conductivitatea termică net superioară a metalelor în comparație cu alte materiale.

Transferul de căldură radiant (radiația termică) este modul de transfer al căldurii sub formă de energie radiantă, datorită naturii electromagnetice a radiației termice. Orice corp aflat la $T > 0$ K emite energie radiantă sub formă de unde electromagnetice. Acestea se pot transforma parțial sau total în căldură în momentul în care întâlnesc un corp în calea lor. Datorită caracterului ondulatoriu al radiației termice, transferul de căldură radiant poate avea loc și în absența unor purtători materiali de căldură, de exemplu în vid.

Transferul de căldură convectiv (convecția) se realizează concomitent cu mișcarea unei mase de fluid. Căldura se transmite ca efect al deplasării macroscopice a fluidelor calde în interiorul aceleiași faze, sau între faze diferite aflate în contact. În majoritatea cazurilor practice, mișcarea fluidului are loc într-un aparat sau într-o conductă. Se poate deci afirma că transferul convectiv de căldură are loc la deplasarea fluidului de-a lungul unui contur solid mai cald sau mai rece.

Se numește **convecție liberă** modul de transmitere a căldurii în care mișcarea fluidului este determinată numai de diferențele de densitate din masa fluidului, apărute ca urmare a diferențelor de temperatură existente între diferite puncte ale fluidului. De exemplu, aerul încălzit de la partea inferioară a unei incinte formează curenți ascendenți care transportă căldura la parte superioară a incintei, înlocuind aerul rece, mai greu, care coboară.

Dacă mișcarea fluidului apare sub acțiunea unor gradienti de presiune produși de acțiunea mecanică a unui dispozitiv de transport (pompă, ventilator, compresor, etc.), sau a unui dispozitiv de amestecare (agitator, injector, etc.), transmiterea căldurii se realizează prin **convecție forțată**.

Întrucât convecția este însoțită întotdeauna de mișcarea fluidului, legilor transferului de căldură li se adaugă și legile curgerii, respectiv legile

transferului de impuls. Deoarece la limita între fluidul în curgere și conturul solid vitezele sunt mici, tinzând spre zero, în această zonă devine important transferul termic conductiv (din aproape în aproape, prin mecanism molecular).

4.1.4. Conceptul de rezistență termică

Dacă două sisteme sunt analoge (respectă ecuații similare care au condiții la limită similare), ecuațiile care descriu comportarea unui sistem pot fi convertite în ecuațiile celui alt sistem prin simpla substituție a simbolurilor variabilelor. Astfel, legea lui Ohm care exprimă legătura dintre intensitatea curentului electric I , diferența de tensiune (potențial) ΔU și rezistența electrică R_e , are o formă analogă în transferul termic, prin relația dintre fluxul termic unitar q , diferența de temperatură (potențialul termic) ΔT și o mărime denumită **rezistență termică** R :

$$I = \frac{\Delta U}{R_e} \quad ; \quad q = \frac{\Delta T}{R} \quad (4.20)$$

unde R se exprimă în $(\text{m}^2 \cdot \text{K})/\text{W}$ dacă celelalte mărimi sunt exprimate în unități SI: $[q] = [\text{W}/\text{m}^2]$ și $[\Delta T] = [\text{K}]$.

În baza acestei analogii, pot fi aplicate transferului termic o serie de concepte din teoria curentului continuu (un circuit electric are un circuit termic echivalent și viceversa) și alternativ (modelarea electrică a proceselor termice tranzitorii). Analogia electrică a transferului termic poate fi utilizată ca instrument de calcul și vizualizare a ecuațiilor transferului de căldură.

4.2. TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN CONDUCTIVITATE

4.2.1. Ecuațiile diferențiale ale conductivității termice

Ecuația de bază care determină transferul de căldură conductiv este legea lui **Fourier**, care se bazează pe principiul al doilea al termodinamicii și arată că drumul urmat de fluxul termic este cel de minimă rezistență, respectiv cel mai scurt drum între două izoterme învecinate, drum determinat de gradientul de temperatură. Scrisă pentru un flux termic unidirecțional, legea Fourier are expresia:

$$Q_{s,x} = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.21)$$

Această ecuație indică faptul că fluxul termic transmis prin conductivitate în regim staționar este direct proporțional cu aria secțiunii normale pe direcția de propagare a fluxului și cu gradientul de temperatură. Semnul minus aplicat gradientului termic arată că transferul decurge în sensul scăderii temperaturii, conform principiului II al termodinamicii.

În termeni de flux unitar, ecuația (4.21) se scrie:

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.22)$$

Pentru un mediu omogen și izotrop în care temperatura variază spațial, ecuația Fourier se scrie:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} ; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} ; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.23)$$

sau:

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\lambda \nabla T \quad (4.24)$$

Coeficientul de proporționalitate λ poartă denumirea de **coeficient de conductivitate termică** sau, pe scurt, conductivitate termică.

Procese de transfer termic conductiv se pot desfășura într-o mare diversitate de condiții:

- materialul este omogen sau neomogen;
- materialul este izotrop sau anizotrop;
- materialul conține sau nu conține surse interne de căldură;
- regimul termic este staționar sau nestaționar;
- transferul termic are loc uni-, bi- sau tridirecțional.

În majoritatea aplicațiilor tehnice, transferul conductiv decurge prin materiale omogene și izotrope, fără surse interne de căldură, în regim staționar, unidirecțional.

Tabelul 4.1 prezintă ecuațiile diferențiale generale ale temperaturii în transferul conductiv.

În ecuațiile din tabel s-au mai introdus notațiile:

- q_v - flux termic volumic al surselor termice interne, W/m^3 ;
 a - difuzivitate termică, care caracterizează posibilitatea de egalizare a temperaturii într-un corp încălzit neuniform, m^2/s ;

FENOMENE DE TRANSFER

Tab. 4.1. Ecuatiile diferențiale ale temperaturii în transferul termic conductiv

Denumire	Tipul transferului	Ecuatia
Ecuatia generală a conducției	Regim nestaționar cu sursă internă de căldură	$\nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$
Poisson	Regim staționar cu sursă internă de căldură	$\nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = 0$
Fourier	Regim nestaționar fără sursă internă de căldură	$\nabla^2 T = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$
Laplace	Regim staționar fără sursă internă de căldură	$\nabla^2 T = 0$
Helmholtz	Regim staționar cu o funcție liniară a termenului temperatură	$\nabla^2 T + B^2 T = 0$

Pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale transferului conductiv este necesară stabilirea condițiilor de univocitate pentru proces, și anume:

- condiții geometrice, care determină forma și dimensiunile corpului;
- condiții fizice, care stabilesc valorile mărimilor fizice a și λ , precum și legea distribuției și variației spațio-temporale a surselor termice interne;
- condiții inițiale, care determină distribuția temperaturii în interiorul corpului la momentul inițial;
- condiții de contur, care exprimă distribuția temperaturii sau fluxul termic pe suprafața corpului sau temperatura mediului ambiant și legea schimbului de căldură între corp și mediu.

Expresiile laplacianului temperaturii ($\nabla^2 T$) sunt redată în tab. 4.2.

Tab. 4.2. Expresiile laplacianului temperaturii

Coordonate	Transfer liniar (unidirecțional)	Transfer spațial (tridirecțional)
Carteziene	$\frac{d^2 T}{dx^2}$	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$
Cilindrice	$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr}$	$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$
Sferice	$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dT}{dr}$	$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \operatorname{tg} \psi} \cdot \frac{\partial T}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \psi} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$

4.2.2. Distribuția temperaturilor într-un mediu imobil

Legea Fourier permite determinarea căldurii transferate prin conducție dacă se cunoaște distribuția temperaturilor în corp (expresia câmpului de temperatură). Ecuația diferențială a câmpului de temperatură se obține din bilanțul termic al unui element de volum paralelipipedic (forma nu este restrictivă) $\Delta V = dxdydz$ prin care are loc transferul termic (fig. 4.2):

$$(Q_s)_{acumulat} = (Q_s)_{intrat} - (Q_s)_{iesit} \quad (4.25)$$

Bilanțul se întocmește pentru următoarele condiții:

- corp imobil, omogen și izotrop;
- regim nestăționar;
- absența surselor interne de căldură.

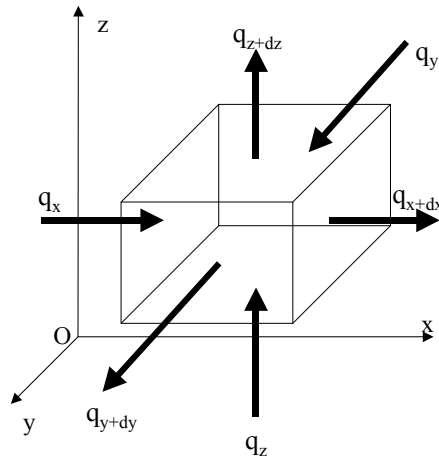


Fig. 4.2. Transfer termic prin conductivitate

Energia termică acumulată în volumul elementar în unitatea de timp va fi:

$$\rho \cdot dxdydz \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Fluxul termic care intră în volumul elementar pe direcția x este $q_x|_x \cdot dydz$, iar fluxul termic ieșit din volumul elementar, tot pe direcția x va fi $q_x|_{x+dx} \cdot dydz$. În mod similar se pot scrie și expresiile fluxurilor termice intrate și ieșite pe direcțiile y și z . Cu aceste înlocuiri, ecuația (4.25) devine după simplificări și împărțire prin dV :

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = -\nabla q \quad (4.26)$$

Înlocuind expresia fluxului unitar din relațiile (4.23), ecuația (4.26) se va scrie sub forma:

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \lambda \nabla^2 T \quad (4.27)$$

sau sub forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \nabla^2 T = a \nabla^2 T \quad (4.28)$$

Coeficientul de difuzivitate termică a este o funcție numai de proprietățile fizice ale materialului prin care se propagă căldura (λ , ρ , c_p) și reprezintă inerția termică a sistemului. Dimensional:

$$[a] = \left[\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \right] = \left[\frac{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}{(kg \cdot m^{-3}) \cdot (J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})} \right] = \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad (4.29)$$

Coeficientul de difuzivitate termică are aceeași unitate de măsură ca și viscozitatea cinematică, ν , și, așa cum se va arăta în capitolul 5, ca și coeficientul de difuziune D .

Dacă în elementul de volum considerat ar exista o sursă internă de căldură, atunci ecuația de bilanț (4.25) s-ar scrie sub forma:

$$(Q_s)_{acumulat} = (Q_s)_{intrat} - (Q_s)_{iesit} + (Q_s)_{generat} \quad (4.30)$$

Existența unei surse interne de căldură se poate datora uneia sau mai multor cauze cum ar fi: transformarea energiei electrice în energie termică, reacții de fisiune nucleară, degradarea energiei mecanice (disipare viscoasă), reacții chimice sau transformări de fază.

Luând în considerare sursa internă de căldură și ținând cont de faptul că λ , ρ , c_p sunt funcții de temperatură, iar corpul nu este omogen, ecuația (4.27) capătă forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho, c_p, T) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v \quad (4.31)$$

cunoscută drept **ecuația Fourier generalizată**.

În calcule practice, în absența surselor interne de căldură și pe un interval de temperatură nu prea mare, se poate neglija variația mărimilor λ , ρ , c_p ca funcții de temperatură, sau se lucrează cu valorii medii ale acestor mărimi, astfel încât se poate utiliza ecuația (4.27).

4.2.3. Coeficientul de conductivitate termică

Coeficientul de conductivitate termică sau, pe scurt, conductivitatea termică λ este o proprietate fizică specifică fiecărui tip de material, care exprimă comportarea acestuia la transferul termic conductiv. Dimensiunile conductivității termice rezultă din condiția de omogenitate dimensională a ecuației (4.21):

$$[\lambda] = \left[\frac{(J/s) \cdot m}{m^2 \cdot K} \right] = \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \quad (4.32)$$

Conductivitatea termică este dependentă de proprietățile fizice ale materialului: temperatură, densitate, porozitate, umiditate. În fig. 4.3 este prezentat intervalul de variație al conductivității termice pentru diverse materiale.

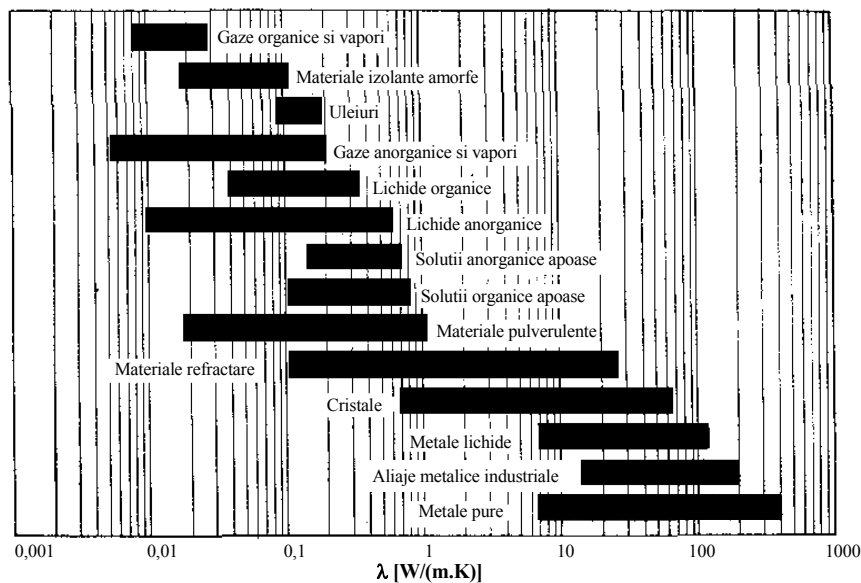


Fig. 4.3. Conductivitatea termică a unor materiale

Alegerea materialelor pentru construcția aparaturii de transfer de căldură se face și în funcție de λ : pentru accelerarea transferului termic se utilizează materiale cu valori λ ridicate (metale, aliaje), iar pentru reducerea sau inhibarea transferului se utilizează materiale cu valori λ scăzute (materiale izolante). De asemenea, în procesele de transfer termic este necesară cunoașterea sau determinarea conductivității fluidelor, mărime necesară pentru calculul coeficientului global de transfer termic.

4.2.3.1. Conductivitatea termică a gazelor

Coeficientul de conductivitate termică pentru gaze poate fi dedus pe baza teoriei cinetico-moleculare și exprimat prin ecuația **Maxwell**:

$$\lambda = B \cdot c_v \cdot \mu \quad (4.33)$$

în care μ reprezintă vîscozitatea cinematică (Pa.s), c_v este căldura specifică la volum constant ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$), iar B este un coeficient care ține seama de interacțiunea moleculară:

$$B = \frac{9k-5}{4} ; \quad k = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.34)$$

Deoarece pentru gazele cu un anumit număr de atomi indicele adiabatic k este aproximativ constant, coeficientul B ia următoarele valori: 2,52 pentru gaze monoatomice; 1,90 pentru gaze diatomice; 1,75 pentru gaze triatomice.

Variația conductivității termice cu temperatura este dată de relația lui **Sutherland**:

$$\lambda_T = \lambda_0 \frac{273+C}{T+C} \left(\frac{T}{273} \right)^{3/2} \quad (4.35)$$

în care λ_T este conductivitatea la temperatura T , λ_0 este conductivitatea la 273 K, T este temperatura absolută, iar C este o constantă caracteristică fiecărui gaz (tab. 4.3).

Tab. 4.3. Valorile λ_0 și C din ecuația (4.35)

Gazul	λ_0 [W/(m.K)]	C [K]	Gazul	λ_0 [W/(m.K)]	C [K]
Hidrogen	0,1594	94	Oxid de carbon	0,0215	156
Azot	0,0243	102	Amoniac	0,0200	626
Aer	0,0234	122	Dioxid de sulf	0,0077	396
Oxygen	0,0234	144	Clor	0,0072	351

Conductivitatea termică nefiind o mărime aditivă, pentru calculul conductivității unui amestec de gaze se folosește relația (4.33) în care căldura specifică a amestecului se calculează aditiv, funcție de căldurile specifice ale componentelor, iar viscozitatea amestecului se calculează cu relația:

$$\mu_{am} = \frac{x_1 \mu_1 \sqrt{M_1 T_{cr1}} + x_2 \mu_2 \sqrt{M_2 T_{cr2}} + \dots + x_i \mu_i \sqrt{M_i T_{cri}}}{x_1 \sqrt{M_1 T_{cr1}} + x_2 \sqrt{M_2 T_{cr2}} + \dots + x_i \sqrt{M_i T_{cri}}} \quad (4.36)$$

în care x_i sunt fracțiile molare (volumice), μ_i viscozitățile dinamice, M_i masele molare și T_{cri} temperaturile critice ale componentelor amestecului.

4.2.3.2. Conductivitatea termică a lichidelor

Ca și în cazul gazelor, conductivitatea termică a lichidelor este funcție de temperatură și de presiune. Cu excepția apei și glicerinei, conductivitatea termică a lichidelor scade cu creșterea temperaturii așa cum reiese din fig. 4.4.

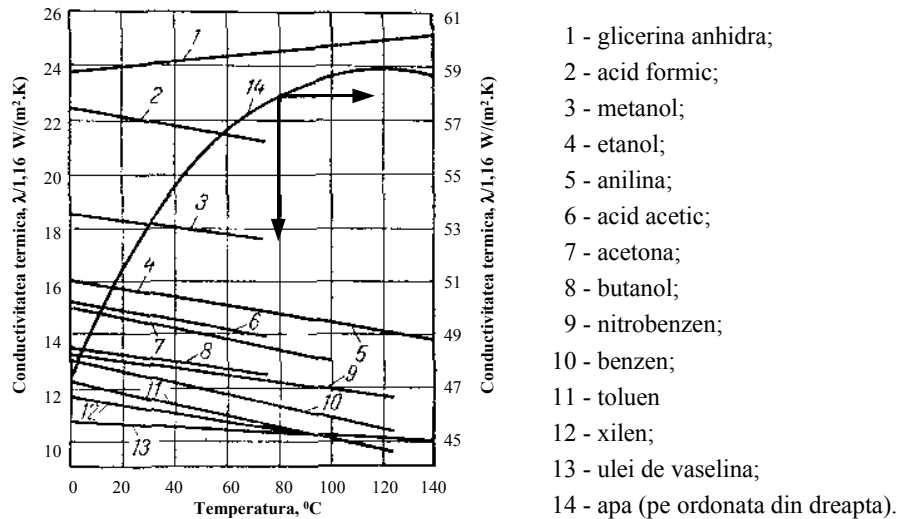


Fig. 4.4. Variația conductivității termice a lichidelor cu temperatura

Conductivitatea termică a soluțiilor apoase este mai redusă decât a apei și scade cu creșterea concentrației solutului.

Conductivitatea termică a lichidelor poate fi calculată cu relația aproximativă a lui **Weber**:

$$\lambda = k \cdot c_p \cdot \rho \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho}{M}} \quad (4.37)$$

în care k este un coeficient care depinde de gradul de asociere al lichidelor [$k = 3,58 \cdot 10^{-8}$ pentru lichide asociate (apă); $k = 4,22 \cdot 10^{-8}$ pentru lichide neasociate (benzen)], c_p căldura specifică la presiune constantă ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), ρ densitatea ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) și M masa molară a lichidului ($\text{kg} \cdot \text{kmol}^{-1}$).

Pentru lichide rău conducătoare de electricitate, λ se poate calcula cu relația lui **Bridgeman**:

$$\lambda = 3 \frac{\Re}{N} \cdot v_s \cdot \left(\frac{\rho}{M} \right)^{2/3} \quad (4.38)$$

unde $\Re$ reprezintă constanta universală a gazelor, N numărul lui Avogadro, v_s viteza sunetului în lichid, ρ densitatea și M masa molară a lichidului.

Ecuatiile (4.37) – (4.38) au un caracter orientativ, valorile obținute prin calcul prezentând abateri față de cele determinate experimental.

4.2.3.3. Conductivitatea termică a materialelor solide

Coeficientul de conductivitate termică pentru materiale solide are valori foarte diferite, funcție de natura și proprietățile materialului. Funcție de valoarea λ , materialele solide se împart în:

- materiale izolante $\lambda = 0,02 - 0,12 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- materiale refractare $\lambda = 0,60 - 3,50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- materiale metalice $\lambda = 8,70 - 458 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Umiditatea mărește mult conductivitatea termică a materialelor; conductivitatea termică a materialului umed este mai mare decât suma conductivităților apei și materialului uscat.

Pentru materialele poroase, conductivitatea termică scade cu creșterea porozității (a densității aparente), tinzând către conductivitatea termică a aerului ($0,023 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ la 20°C). Conductivitatea materialelor poroase se poate calcula cu relația:

$$\lambda \cong \lambda_m \frac{1 - \left(1 - \frac{3\lambda_p}{2\lambda_m + \lambda_p}\right) \cdot \varepsilon}{1 + \left(\frac{3\lambda_m}{2\lambda_m + \lambda_p} - 1\right) \cdot \varepsilon} \quad (4.39)$$

unde λ_m este conductivitatea materialului propriu zis, λ_p conductivitatea fluidului din pori, iar ε este porozitatea (fracția de goluri) materialului. Dacă în porii materialului pătrunde umiditatea (care are conductivitatea termică de cca. 25 de ori mai mare decât aerul), coeficientul de conductivitate al materialului se modifică în mod considerabil, proprietățile izolante ale acestuia înrăutățindu-se.

Coeficientul de conductivitate termică crește aproximativ liniar cu creșterea temperaturii după o funcție de forma:

$$\lambda_T = \lambda_0 + b \cdot T \quad (4.40)$$

sau:

$$\lambda_T = \lambda_0 (1 + \beta \cdot T) \quad (4.41)$$

în care coeficienții b și β sunt caracteristici fiecărui material în parte.

Materialele metalice au cea mai ridicată conductivitate termică. Conductivitatea termică a metalelor pure este aproximativ proporțională cu conductivitatea electrică, în conformitate cu legea **Wiedemann, Franz și Lorenz**:

$$\frac{\lambda}{\lambda_{el} \cdot T} = n_L \quad (4.42)$$

în care n_L este numărul lui Lorenz iar λ_{el} este coeficientul de conductivitate electrică. Impuritățile prezente în metale conduc la scăderea considerabilă a conductivității termice a acestora. Aliajele metalice au o conductivitate termică mai scăzută decât metalele constitutive aflate în stare pură.

Cu excepția cuprului și aluminiului, conductivitatea termică a metalelor scade cu creșterea temperaturii după o relație de forma:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - k_1 T - k_2 T^2) \quad (4.43)$$

în care k_1 și k_2 sunt constante specifice fiecărui metal (aliaj) pe un anumit domeniu de temperatură. Pentru calcule aproximative, se poate considera o dependență liniară a conductivității de temperatură, de forma:

$$\lambda = \lambda_0 (1 - k_1 T) \quad (4.44)$$

În tab. 4.4. sunt prezentate valorile orientative ale unor coeficienți de conductivitate termică pentru o serie de materiale metalice și nemetalice.

Tab. 4.4. Conductivitatea termică a unor materiale solide

Materiale nemetalice	λ [W/(m.K)]	Materiale metalice	T [K]	λ [W/(m.K)]
azbest	0,15 - 0,21	alamă	303	113
azbociment	0,35	aluminu	373	207
beton	1,28	argint	373	416
cărămidă	0,69 - 0,81	bronz	303	189
lemn de fag	0,23 - 0,41	cadmiu	291	94
lemn de brad	0,17 - 0,35	cupru	373	378
nisip uscat	0,35 - 0,81	fontă	373	49
plută	0,04 - 0,05	grafit	373	151
polistiren	0,04	nichel	373	59
poliuretan	0,04	oțel (1%C)	291	45
rumeguș	0,07 - 0,09	oțel inoxidabil	293	16
sticlă	0,70 - 0,81	plumb	373	33
vată minerală	0,07	staniu	373	59
vată de sticlă	0,03 - 0,07	tantal	291	55
zgură	0,22 - 0,29	zinc	373	110

4.2.4. Transfer termic conductiv în regim staționar

Regimul staționar este definit prin constanța în timp a câmpului de temperatură. Ca urmare, temperatura oricărui punct din sistem rămâne constantă, fluxul termic care trece prin orice secțiune a sistemului este

constant, fluxurile care trec prin suprafețele izoterme sunt egale și acumularea de căldură în sistem este nulă. Condiția de staționaritate se scrie:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.45)$$

În condiții de regim staționar ecuația (4.27) devine:

$$a \nabla^2 T = 0 \quad (4.46)$$

Întrucât difuzivitatea termică este diferită de zero, (4.46) se scrie:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4.47)$$

Ecuația (4.47) poate fi rezolvată analitic pentru câteva cazuri particulare care prezintă importanță practică.

4.2.4.1. Transfer termic prin pereți plani simpli

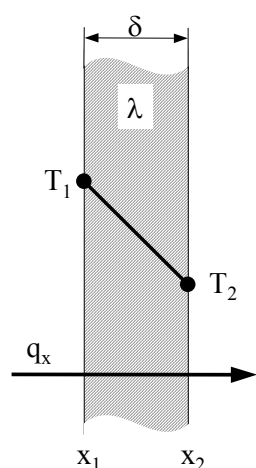


Fig. 4.5. Transfer termic conductiv prin pereți plani omogeni simpli

Se consideră (fig. 4.5) un perete plan, omogen, a cărui suprafață este infinit mare comparativ cu grosimea δ a acestuia. Transferul termic are loc unidirecțional, pe direcția x, normală la suprafața peretelui.

În aceste condiții, ecuația (4.47) se scrie:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (4.48)$$

După o primă integrare rezultă:

$$\frac{dT}{dx} = k_1 \quad (4.49)$$

de unde printr-o nouă integrare se obține:

$$T = k_1 x + k_2 \quad (4.50)$$

ecuație care arată că variația temperaturii în interiorul peretelui este liniară dacă λ este constant în raport cu temperatura.

Constantele de integrare k_1 și k_2 se obțin din condițiile la limită:

$$\begin{aligned} \text{pentru } x = 0, \quad T &= T_1 \\ \text{pentru } x = \delta, \quad T &= T_2 \end{aligned} \quad (4.51)$$

Înlocuind prima condiție la limită în (4.50) se obține:

$$k_2 = T_1 \quad (4.52)$$

Din a doua condiție la limită și valoarea k_2 înlocuite în (4.50) și ținând cont de (4.49), se obține:

$$k_1 = \frac{dT}{dx} = -\frac{T_1 - T_2}{\delta} \quad (4.53)$$

ecuație care dă expresia gradientului de temperatură pentru un perete plan, omogen, de grosime δ . Înlocuind (4.53) în legea lui Fourier (4.22) se obține relația care permite calculul fluxului unitar pentru aceste condiții de transfer:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2) \quad (4.54)$$

Fluxul termic total va fi dat de expresia:

$$Q_s = \frac{\lambda}{\delta} A(T_1 - T_2) = \frac{\lambda}{\delta} A \Delta T \quad (4.55)$$

în care A este suprafața peretelui prin care are loc transferul, iar ΔT este forța motoare a procesului de transfer termic. Evident, dacă temperaturile pe cele două fețe ale peretelui sunt egale ($T_1 = T_2$), forța motoare a procesului se anulează și transferul de căldură încetează ($Q_s = 0$).

Dacă diferența de temperatură ΔT pe fețele peretelui este prea mare pentru ca λ să mai poată fi considerat constant, fie se împarte peretele în mai multe “felii” subțiri de λ constant, calculul efectuându-se ca în cazul pereților compuși, fie se folosește o valoare medie a conductivității termice pe intervalul de temperatură considerat:

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \lambda dT \quad (4.56)$$

fie se folosește ecuația Fourier generalizată (4.31), scrisă pentru transfer unidirecțional, în regim staționar, fără sursă internă de căldură:

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (4.57)$$

în care λ este o funcție de temperatură, redată, de exemplu, de ecuația (4.41).

În practică este uneori necesară cunoașterea valorii temperaturii în interiorul

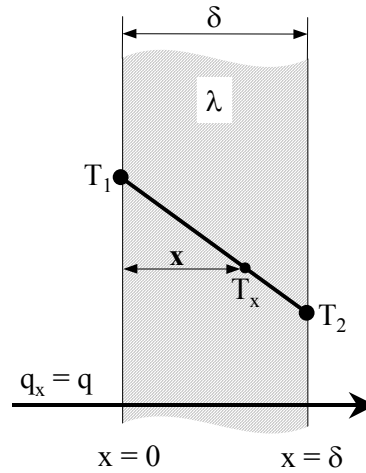


Fig. 4.6. Temperatura în interiorul unui perete plan, omogen

peretelui, la o distanță oarecare x față de suprafață (fig. 4.6). Fluxul unitar care trece prin peretele de grosime δ este dat de ecuația (4.54). Analog, prin stratul de grosime x va trece fluxul:

$$q_x = \frac{\lambda}{x}(T_1 - T_x) \quad (4.58)$$

În regim staționar cele două fluxuri sunt egale ($q = q_x$) și deci:

$$\frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda}{x}(T_1 - T_x) \quad (4.59)$$

de unde rezultă valoarea temperaturii T_x la distanța x în interiorul peretelui:

$$T_x = T_1 - \frac{x}{\delta}(T_1 - T_2) \quad (4.60)$$

4.2.4.2. Transfer termic prin pereți plani compuși

Se consideră un perete format din n straturi paralele (fig. 4.7) cu grosimile $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$, având conductivitățile termice $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ și cu căderile de temperatură corespunzătoare $\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, \Delta T_n$ astfel încât:

$$\Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n = T_0 - T_n \quad (4.61)$$

T_0 și T_n fiind temperaturile pe fețele exterioare ale peretelui.

Regimul fiind staționar, fluxurile termice transmise prin fiecare strat sunt egale între ele:

$$\frac{\lambda_1}{\delta_1} \Delta T_1 = \frac{\lambda_2}{\delta_2} \Delta T_2 = \dots = \frac{\lambda_n}{\delta_n} \Delta T_n = q \quad (4.62)$$

Din (4.62) se poate scrie:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_0 - T_1 = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \\ \Delta T_2 &= T_1 - T_2 = q \frac{\delta_2}{\lambda_2} \end{aligned} \quad (4.63)$$

$$\dots$$

$$\Delta T_n = T_{n-1} - T_n = q \frac{\delta_n}{\lambda_n}$$

Adunând ecuațiile (4.63), membru cu membru, se obține expresia:

$$T_0 - T_n = q \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \quad (4.64)$$

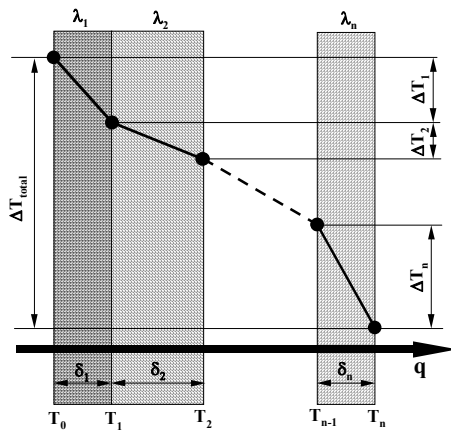


Fig. 4.7. Transfer termic conductiv prin pereți plani compuși

care poate fi pusă și sub forma:

$$q = \frac{T_0 - T_n}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \text{ sau } Q = \frac{T_0 - T_n}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot A \quad (4.65)$$

Notând căderea totală de temperatură cu ΔT , (4.65) se poate scrie:

$$Q = k \cdot A \cdot \Delta T \quad (4.66)$$

unde:

$$k = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.67)$$

reprezintă **coeficientul total de transfer de căldură conductiv**. Inversul acestuia este rezistența totală la transmisia căldurii prin conducție, exprimată ca sumă a rezistențelor termice parțiale (raportate la unitatea de suprafață):

$$R_T = \frac{1}{k} = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (4.68)$$

Din ecuațiile prezentate se pot deduce următoarele:

- pentru aceeași grosime δ a peretelui, căderea de temperatură va fi cu atât mai mare cu cât λ este mai mic;
- pentru materiale cu același λ , căderea de temperatură va fi proporțională cu grosimea stratului, δ .

4.2.4.3. Transfer termic prin pereți cilindrici simpli

Transferul de căldură prin pereți cilindrici este un fenomen des întâlnit, multe din aparatele de transfer termic din industria alimentară sau din biotehnologii fiind de tip tubular.

Considerând un perete cilindric omogen de lungime l , având raza interioară r_i și raza exterioară r_e (fig. 4.8) în care căldura se transmite din interior spre exterior (deci $T_1 > T_2$), ecuația Fourier pentru transfer termic conductiv unidirecțional se scrie (în coordonate cilindrice):

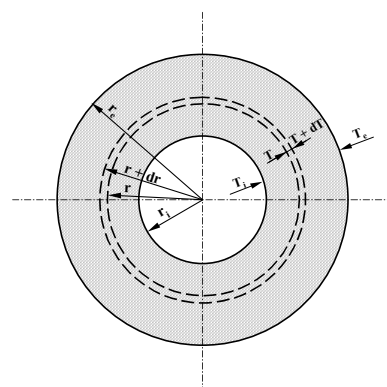


Fig. 4.8. Transfer termic conductiv prin pereți cilindrici simpli

$$Q_s = -\lambda A \frac{dT}{dr} \quad (4.69)$$

Suprafața normală la fluxul termic este $A = 2\pi r l$ și ecuația (4.69) se scrie:

$$Q_s = -2\pi\lambda r l \frac{dT}{dr} \quad (4.70)$$

Separând variabilele și integrând, considerând că λ este independent de temperatură, rezultă:

$$Q_s \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -2\pi\lambda l \int_{T_1}^{T_2} dT \quad (4.71)$$

Rezolvând integralele și grupând termenii se obține în final:

$$Q_s = \frac{2\pi\lambda l (T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\pi\lambda l (T_1 - T_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (4.72)$$

unde d_1 și d_2 sunt diametrele corespunzătoare razelor r_1 și r_2 .

Dacă în (4.72) se înmulțește și numitorul și numărătorul cu grosimea peretelui cilindric, $(r_2 - r_1)$, rezultă:

$$\begin{aligned} Q_s &= \lambda \frac{2\pi l (r_2 - r_1) \cdot (T_1 - T_2)}{(r_2 - r_1) \ln(r_2/r_1)} = \\ &= \lambda \frac{(A_2 - A_1) \cdot (T_1 - T_2)}{(r_2 - r_1) \ln(A_2/A_1)} = \lambda \cdot A_m \frac{\Delta T}{\Delta r} \end{aligned} \quad (4.73)$$

unde prin A_m s-a notat aria medie logaritmică a suprafeței de transfer termic:

$$A_m = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \quad (4.74)$$

Dacă în relația (4.72) se adoptă $l = 1$ m, fluxul termic specific pe unitate de lungime va fi:

$$q = \frac{2\pi\lambda (T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)} \quad [\text{W/m}] \quad (4.75)$$

Ecuația (4.72) scrisă sub forma:

$$T_1 - T_x = \frac{Q_s}{2\pi\lambda l} \cdot \ln \frac{r_x}{r_1} \quad (4.76)$$

permite calculul temperaturii în interiorul peretelui la o rază oarecare, r_x :

$$T_x = T_1 - \frac{Q_s}{2\pi\lambda l} \cdot \ln \frac{r_x}{r_1} = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \ln \frac{r_x}{r_1} \quad (4.77)$$

Analizând ecuația (4.77) se poate constata că, în interiorul unui perete cilindric omogen, temperatura variază după o curbă logaritmică.

Pentru pereți nu prea groși calculul se poate simplifica, înlocuind raza medie logaritmică cu raza medie aritmetică: $r_{ma} = \frac{1}{2}(r_e + r_i)$; pentru pereți subțiri, în locul razei medii se poate folosi r_e sau r_i . Aceste simplificări introduc următoarele erori:

- sub 10% când $r_e/r_i < 3,2$ și se lucrează cu media aritmetică;
- sub 10% când $r_e/r_i < 1,24$ și se lucrează cu r_e sau r_i ;
- sub 1% când $r_e/r_i < 1,5$ și se lucrează cu media aritmetică;
- sub 1% când $r_e/r_i < 1,02$ și se lucrează cu r_e sau r_i .

4.2.4.4. Transfer termic prin pereți cilindrici compuși

Se consideră un perete format din n straturi cilindrice concentrice (fig. 4.9) cu grosimile $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$, având conductivitățile termice $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ și cu căderile de temperatură corespunzătoare $\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, \Delta T_{n-1}$ astfel încât:

$$\Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_{n-1} = T_1 - T_n \quad (4.78)$$

T_1 și T_n fiind temperaturile pe fața interioară, respectiv exterioară a peretelui.

Regimul fiind staționar, fluxurile termice transmise prin fiecare strat sunt egale între ele:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = q \quad (4.79)$$

și:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{Q_{s1}}{l} = \frac{2\pi\lambda_1(T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)} \\ q_2 &= \frac{Q_{s2}}{l} = \frac{2\pi\lambda_2(T_2 - T_3)}{\ln(r_3/r_2)} \\ &\dots\dots\dots \\ q_n &= \frac{Q_{sn}}{l} = \frac{2\pi\lambda_{n-1}(T_{n-1} - T_n)}{\ln(r_n/r_{n-1})} \end{aligned} \quad (4.80)$$

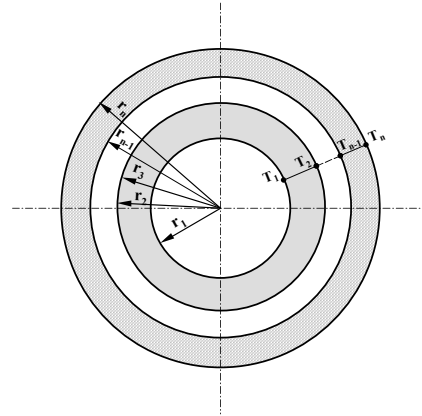


Fig. 4.9. Transfer termic conductiv prin pereți cilindrici compuși

Ecuatiile (4.80) puse sub forma:

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= \frac{q \cdot \ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda_1} \\ T_2 - T_3 &= \frac{q \cdot \ln(r_3/r_2)}{2\pi\lambda_2} \end{aligned} \quad (4.80.a)$$

$$T_{n-1} - T_n = \frac{q \cdot \ln(r_n/r_{n-1})}{2\pi\lambda_{n-1}}$$

și adunate membru cu membru conduc la expresia:

$$T_1 - T_n = \frac{q}{2\pi} \cdot \left[\frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{\lambda_2} + \dots + \frac{\ln(r_n/r_{n-1})}{\lambda_{n-1}} \right] \quad (4.81)$$

de unde rezultă expresia fluxului unitar q , respectiv a fluxului total Q_s :

$$q = \frac{\pi(T_1 - T_n)}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad \text{respectiv} \quad Q_s = \frac{\pi \cdot l \cdot (T_1 - T_n)}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad (4.82)$$

4.2.5. Transfer termic conductiv în regim nestaționar

În cazul proceselor nestaționare, temperatura și fluxul termic într-un punct oarecare sunt mărimi variabile în timp. În industriile de proces, conducția în regim nestaționar apare în cazul pornirii, opririi sau modificării de sarcină a instalațiilor termice care funcționează predominant în regim staționar.

La încălzirea sau răcirea mediilor conductive, fluxul termic depinde de rezistențele termice interne și de suprafață, cazurile limită fiind reprezentate de corpurile cu rezistențe interne neglijabile și de corpurile cu rezistențe de suprafață neglijabile.

În cazul corpurilor cu rezistențe termice interne neglijabile, corpurile cu o conductivitate termică relativ ridicată și având o suprafață exterioară de contact cu mediul ambiant mare în comparație cu volumul corpului, temperatura T a corpului la momentul t se determină din ecuația:

$$\frac{T - T_f}{T_0 - T_f} = \exp(-Bi \cdot Fo \cdot G) \quad (4.83)$$

în care:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}; \quad Fo = \frac{a \cdot t}{l^2}; \quad G = \frac{A \cdot l}{V} \quad (4.84)$$

unde **Bi** reprezintă criteriul lui **Biot**, **Fo** criteriul lui **Fourier** (timpul relativ), iar **G** este un factor geometric ($G = 1$ pentru plăci infinite, $G = 2$ pentru cilindri infiniți și bare pătrate infinite, $G = 3$ pentru cuburi și sfere). T_0 este temperatura inițială uniformă a corpului, T_f este temperatura fluidului cu care corpul este pus în contact, α este coeficientul individual de transfer termic între corp și fluid ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$), l reprezintă raza suprafeței sau semigrosimea corpului (m), a este difuzivitatea termică a corpului ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$), λ este conductivitatea termică a corpului ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$), A reprezintă suprafața corpului (m^2), iar V este volumul acestuia (m^3).

În cazul corpurilor cu rezistențe termice de suprafață neglijabile, temperatura suprafeței, T_s , este constantă în timp și egală cu temperatura fluidului, T_f . În cazul unei plăci plane infinite, de grosime L , cu temperatura inițială uniformă T_0 , variația în timp a temperaturii în planul central ($z = 0$) este de forma:

$$\frac{T - T_s}{T_0 - T_s} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{L} z\right) \exp\left[\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2 \cdot \text{Fo}\right]; \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.85)$$

4.3. TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN RADIAȚIE

Energia radiantă, de natură termică, este emisă de orice corp aflat la temperaturi superioare lui zero absolut. În procesele industriale în care intervine transferul termic, este important transferul de energie radiantă la temperaturi cuprinse între 700 – 2200 K. Deși emisia de radiații termice are loc la orice temperatură, iar transferul radiant decurge concomitent cu transferul conductiv și convectiv, la temperaturi normale (300 – 400 K), ponderea sa în transferul global de căldură este neglijabil.

4.3.1. Noțiuni fundamentale

Energia radiantă Q incidentă pe suprafața unui corp se distribuie astfel (fig. 4.10): o parte este absorbită (Q_A), o parte este reflectată (Q_R), iar restul este difuzată (Q_D), străbătând corpul.

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D = AQ + RQ + DQ = (A + R + D) \cdot Q \quad (4.86)$$

$$A + R + D = 1$$

unde A , D și R reprezintă respectiv coeficientul de absorbție, coeficientul de reflecție și coeficientul de difuzie sau de permeabilitate. Acești coeficienți

iau valori cuprinse între 0 și 1, în funcție de natura corpului, starea suprafeței sale, temperatură, spectrul radiației incidente.

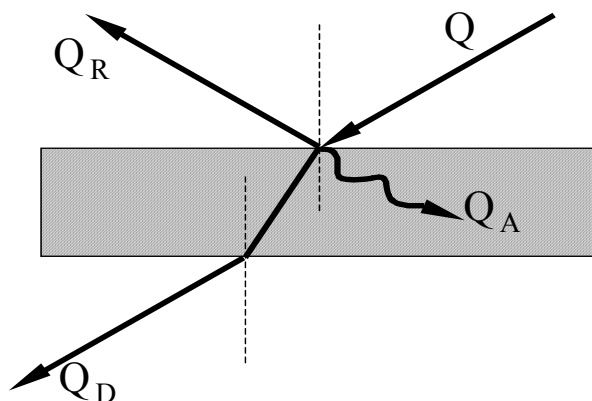


Fig. 4.10. Distribuția energiei radiante

- **Corpul negru** absoarbe toate radiațiile incidente: $A = 1$; $R = D = 0$.
- **Corpul alb** reflectă toate radiațiile incidente: $R = 1$; $A = D = 0$.
- **Corpul diaterm** este transparent pentru toate radiațiile incidente, având: $D = 1$; $A = R = 0$.
- **Corpurile cenușii** absorb pe toate lungimile de undă o anumită proporție din radiațiile incidente. Aceste corpuri au $A < 1 = \text{constant}$.
- **Corpurile colorate** absorb selectiv radiația incidentă pe anumite lungimi de undă.
- **Corpurile lucioase** reflectă parțial radiațiile incidente într-o direcție determinată, unghiul de incidență fiind egal cu unghiul de reflecție.
- **Corpurile mate** reflectă parțial radiațiile incidente în toate direcțiile.
- **Radiația monocromatică** corespunde unei anumite frecvențe (ν) sau lungimi de undă (λ), între cele două mărimi existând relația:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (4.87)$$

în care c reprezintă viteza luminii.

- **Radiația integrală** cuprinde întreg spectrul de radiații cu lungimi de undă variind de la zero la infinit.
- **Puterea totală de emisie** (E) reprezintă cantitatea de energie radiată de un corp în unitatea de timp, pe unitatea de suprafață, în toate direcțiile și pe toate lungimile de undă:

$$E = \frac{Q}{A} \quad [\text{W/m}^2] \quad (4.88)$$

în care Q reprezintă energia radiată de corp în unitatea de timp, iar A este suprafața de radiație.

- **Factorul de emisie** (e) este raportul dintre puterea totală de emisie a corpului (E) și puterea totală de emisie a corpului negru (E_0):

$$e = \frac{E}{E_0} \quad (4.89)$$

- **Intensitatea de radiație** (I_λ) este energia radiată de unitatea de suprafață a unui corp, în unitatea de timp, pe o anumită lungime de undă, λ :

$$I_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} \quad [\text{W/m}^3] \quad (4.90)$$

Dacă se cunoaște legea de distribuție a energiei radiante în funcție de lungimea de undă, se poate determina puterea totală de emisie a corpului:

$$E = \int_0^\infty dE = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda \quad (4.91)$$

4.3.2. Legile radiației termice

Legea lui Planck este legea de distribuție a intensității de radiație I_λ , funcție de λ , pentru corpul negru, la diferite temperaturi:

$$I_\lambda = \frac{k_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{k_2/\lambda T} - 1} \quad [\text{W/m}^3] \quad (4.92)$$

în care $k_1 = 0,374 \cdot 10^{-15} \text{ W.m}^2$ și $k_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ m.K}$ reprezintă prima și respectiv a doua constantă a lui Planck. Din această lege rezultă că intensitatea de radiație crește cu creșterea temperaturii și că prezintă un maxim pentru fiecare temperatură T . Valoarea lui $\lambda_{\max}$ se obține prin anularea primei derivate a intensității de radiație în raport cu lungimea de undă:

$$\frac{dI_\lambda}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{\text{const}}{T} \quad (4.93)$$

Ecuția (4.93) reprezintă **legea de deplasare a lui Wien**, potrivit căreia maximul intensității de radiație se deplasează cu creșterea temperaturii către lungimi de undă mai mici.

Legea Stefan – Boltzmann stabilește, pe baza legii lui Planck, dependența puterii totale de emisie a corpului negru (E_0) de temperatura sa:

$$E_0 = \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad [\text{W/m}^2] \quad (4.94)$$

unde $c_0 = 5,67 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ este coeficientul de radiație al corpului negru. Pentru corpurile cenușii, legea Stefan – Boltzmann are expresia:

$$E = e \cdot E_0 = e \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 = c \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (4.95)$$

în care $e = c/c_0 < 1$ este factorul de emisie al corpului cenușiu, iar c este coeficientul de radiație al corpului cenușiu, exprimat în $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$.

Legea lui Kirchhoff exprimă legătura dintre cantitatea de energie emisă și absorbită de către un corp negru sau cenușiu, în anumite condiții de temperatură. Această lege stabilește că raportul dintre puterea totală de emisie (E) și coeficientul de absorbție (A) este același pentru toate corpurile, egal cu puterea totală de emisie a corpului negru (E_0), și este funcție numai de temperatură:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \dots = \frac{E_0}{A_0} = E_0 = c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 = f(T) \quad (4.96)$$

O consecință importantă a legii lui Kirchhoff este că pentru un corp în echilibru termodinamic, coeficientul de absorbție A este egal cu factorul de emisie e .

4.3.3. Transfer termic radiant între corpuri solide

Între două corpuri solide având temperaturi diferite se stabilește un schimb reciproc de emisii și absorbții de energii radiante, fluxul radiant al corpului cu temperatură mai mare fiind mai mare. După un timp, între corpuri se stabilește un echilibru termic: temperatura celor două corpuri se egalează și potențialul transferului se anulează. Transferul de căldură încetează, dar corpurile continuă să emită și să absoarbă energie radiantă, fiecare corp cedând tot atâta energie câtă primește.

Se consideră două suprafețe negre plan – paralele, având temperaturile T_1 și respectiv T_2 . Emisia de energie în unitatea de timp (fluxul termic) pentru condiția $T_1 > T_2$ va fi:

$$Q_{s,1} = c_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 A \quad \text{respectiv} \quad Q_{s,2} = c_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 A \quad (4.97)$$

Fluxul termic net (primit de suprafața cu temperatura mai mică) va fi:

$$Q_s = Q_{s,1} - Q_{s,2} = c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot A \quad (4.98)$$

Dacă cele două corpuri au o poziție arbitrară în spațiu, fluxul termic net va fi:

$$Q_s = Q_{s,1} - Q_{s,2} = c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot A_1 \cdot k_{1,2} \quad (4.99)$$

în care $k_{1,2}$ este un factor geometric, numit coeficient mutual de iradiere, reprezentând fracția din radiația emisă de suprafața A_1 cu temperatura T_1 , pe care o primește suprafața A_2 cu temperatura T_2 .

În cazul unor suprafețe reale, fluxurile radiante se corectează prin introducerea coeficienților de emisie e :

$$\begin{aligned} Q_s &= c_0 e_{1,2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A_1 k_{1,2} = \\ &= c_0 e_{2,1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A_1 k_{2,1} \end{aligned} \quad (4.100)$$

Ecuția (4.100) se poate scrie și sub forma:

$$Q_s = Q_{s,1} - Q_{s,2} = c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot A_1 \cdot K_{1,2} \quad (4.101)$$

în care $K_{1,2}$ este un coeficient care include atât influența factorului geometric cât și a coeficienților de emisie.

4.3.4. Radiația gazelor și vaporilor

Spre deosebire de corpurile solide, gazele și vaporii prezintă o serie de particularități în ceea ce privește absorbția și emisia radiației termice. În timp ce solidele au spectre continue de radiație, gazele au un caracter selectiv, absorbind și emițând energia numai în anumite intervale de lungimi de undă, în altele fiind transparente (diaterme). Absorbția și radiația energiei de către gaze nu are loc în stratul superficial, ca în cazul solidelor, ci în volum, datorită drumului mediu liber al moleculelor de gaz mult mai mare decât distanța între particulele corpului solid.

Gazele mono- și diatomice (He, Ar, O₂, N₂, H₂) sunt practic complet transparente pentru radiația termică, în timp ce gazele poliatomice (CO₂,

H₂O, NH₃, SO₂, etc.) posedă o mare capacitate de emisie sau absorbție a radiației termice.

Fluxul termic specific schimbat prin radiație de un gaz având temperatura T_g și factorul de emisie e_g cu un perete având suprafața S , temperatura T_p și factorul de emisie e_p se poate calcula cu relația:

$$q = \frac{e_p + 1}{2} \cdot c_0 \cdot S \cdot \left[e_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - A_g \left(\frac{T_p}{100} \right)^4 \right] \text{ [W]} \quad (4.102)$$

în care A_g reprezintă coeficientul de absorbție al gazului la temperatura T_p a peretelui. Coeficientul de emisie al gazului, e_g se determină pe baza unor relații reprezentate grafic sub forma:

$$e_g = f(T_p, p \cdot b) \quad (4.103)$$

în care mărimea $p \cdot b$ reprezintă produsul dintre presiunea parțială p a gazului (exprimată în bar) și grosimea b a stratului de gaz (exprimată în m).

4.4. TRANSFER DE CĂLDURĂ PRIN CONVECȚIE

Transferul termic convectiv apare datorită mișcării macroscopice a fluidelor, sub formă de turbioane sau de curenți. Cele două cazuri limită ale transferului convectiv sunt convecția liberă (naturală) și convecția forțată. În ambele cazuri, mișcarea fluidului este guvernată de legile transferului de impuls.

În regim de curgere laminar, transferul de căldură după normala la direcția de curgere decurge preponderent prin conductivitate, în timp ce în regim turbulent determinant este transferul de căldură care se face simultan cu mișcarea elementelor macroscopice de fluid. Transferul de căldură va fi cu atât mai intens, cu cât regimul de curgere va fi mai puternic turbulent.

4.4.1. Stratul limită termic

Se consideră deplasarea unui fluid de-a lungul unei plăci plane, între fluid și placă realizându-se un schimb de căldură. Regimul termic este staționar, iar curgerea fluidului este laminară. Fluidul are inițial (la $x = 0$) temperatura T_0 , iar placa are temperatura constantă T_p (fig. 4.11).

Se consideră $T_0 > T_p$. Drept urmare, fluidul adiacent la placă se va răci, având pe diverse zone, temperaturi intermediare între T_0 și T_p . Distanța de la placă, pe direcția y , pentru care temperatura T a fluidului este cuprinsă

între T_0 și T_p , este **grosimea stratului limită termic**, iar zona de existență a variației de temperatură de-a lungul suprafeței plăcii se numește **strat limită termic**.

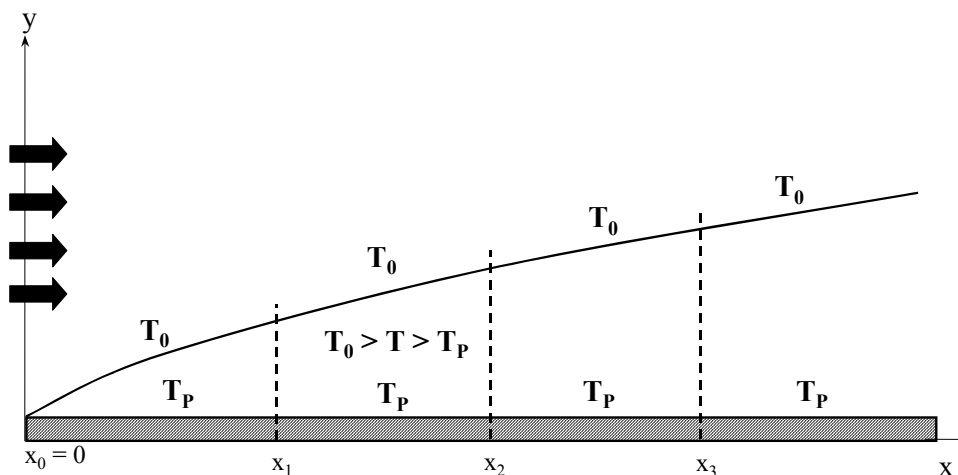


Fig. 4.11. Formarea stratului limită termic la curgerea laminară de-a lungul unei plăci plane

În regim de curgere turbulent, stratul limită termic suferă unele modificări care conduc la schimbarea profilului de temperatură. După cum reiese din fig. 4.12, la intrarea fluidului pe placă se formează stratul limită cu curgere laminară. La o anumită distanță ($x = x_{cr}$) de capătul de atac al plăcii, în stratul limită apare o mișcare turbulentă, iar grosimea stratului limită termic crește mult mai repede decât în mișcarea laminară. În interiorul stratului limită rămâne întotdeauna în apropierea peretelui o zonă de grosime redusă, în care mișcarea se menține laminară. Această zonă în care mișcarea fluidului se menține laminară poartă denumirea de **substrat laminar**. În domeniul laminar al stratului limită, gradientii de temperatură sunt mult mai mari față de domeniul turbulent al stratului limită.

4.4.2. Coeficientul individual de transfer termic

Zona din stratul limită în care apare căderea cea mai mare de temperatură se consideră ca fiind zona determinantă de rezistență termică în transferul de căldură. Deoarece vitezele de curgere ale fluidului în apropierea peretelui

sunt mici, tinzând la zero la perete, se poate admite că în această zonă transferul de căldură decurge preponderent prin mecanism conductiv.

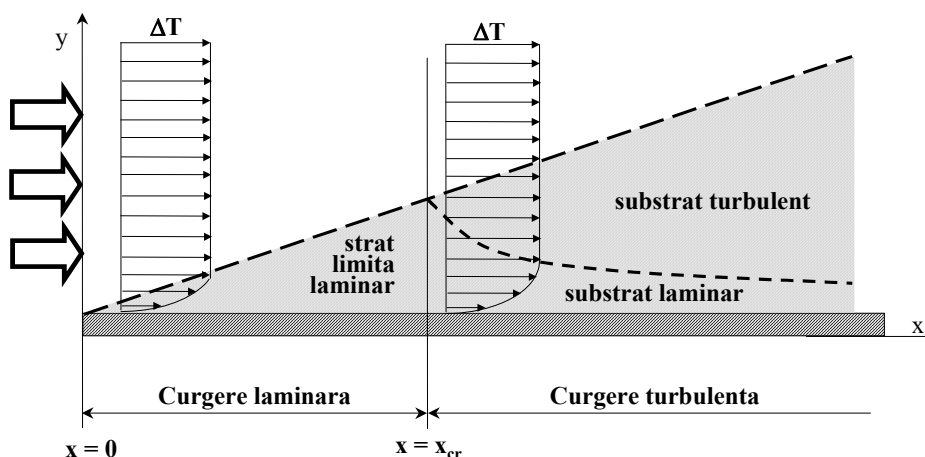


Fig. 4.12. Formarea stratului limită termic la curgerea turbulentă de-a lungul unei plăci plane

Dacă se consideră (fig. 4.13) toată rezistența la transferul termic concentrată în stratul limită termic, și în special în apropierea suprafeței de transfer, unde vitezele de curgere sunt foarte mici, se poate considera că transferul termic se realizează prin conductivitate, astfel încât:

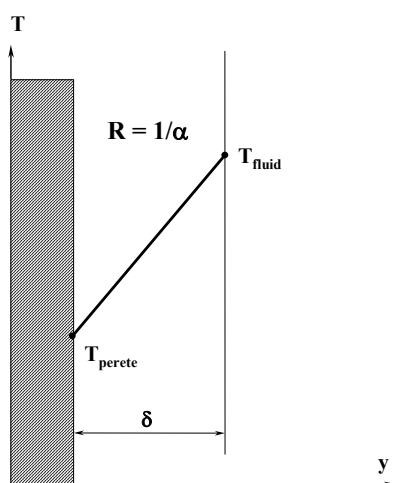


Fig. 4.13. Zona de variație maximă a temperaturii

$$R_t = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \quad (4.104)$$

unde R_t este rezistența termică la transfer, δ este grosimea stratului limită, iar λ este coeficientul de conductivitate termică a fluidului. Mărimea α , inversul rezistenței termice, arată intensitatea cu care se petrece transferul de căldură într-un fluid în mișcare și poartă denumirea de **coeficient de transfer convectiv**. Deoarece în transferul termic global schimbul de căldură are loc între două fluide, apar doi coeficienți de transfer convectiv. Din acest motiv,

mărima α se mai numește și **coeficient individual (parțial) de transfer termic**.

Fluxul termic convectiv care trece printr-o suprafață A este dat de **legea de răcire a lui Newton**, care se poate scrie:

$$Q_s = \alpha \cdot A \cdot (T_p - T_f) \text{ sau } Q_s = \alpha \cdot A \cdot (T_f - T_p) \quad (4.105)$$

Pentru α și $(T_f - T_p)$ variabile, ecuația (4.105) se poate scrie sub forma:

$$dQ_s = \alpha(T_f - T_p)dA \quad (4.106)$$

Transferul în stratul limită termic realizându-se conductiv, este aplicabilă legea Fourier:

$$dQ_s = \lambda \left(\frac{dT}{dy} \right) dA \quad (4.107)$$

Egalând (4.106) cu (4.107) se obține expresia coeficientului individual de transfer termic:

$$\alpha = \frac{\lambda}{T_f - T_p} \cdot \left(\frac{dT}{dy} \right) \quad (4.108)$$

Ecuația (4.108) arată că mărimea α crește cu creșterea gradientului de temperatură. Creșterea turbulenței (respectiv creșterea lui Re) va conduce la creșterea gradientului termic, ducând implicit și la creșterea coeficientului individual de transfer termic.

Ecuațiile (4.105 – 4.108) arată că α reprezintă fluxul termic transferat pe unitatea de suprafață sub acțiunea unei forțe motrice de 1 K.

Dimensional,

$$[\alpha] = \left[\frac{Q_s}{A \cdot (T_f - T_p)} \right] = \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.109)$$

Asupra coeficientului individual de transfer termic influențează o multitudine de factori, de natură hidrodinamică, termică, geometrică, etc., astfel încât:

$$\alpha = f(\rho, c_p, Re, T, t, l, \dots) \quad (4.110)$$

Coeficientul individual de transfer termic α ar putea fi determinat experimental, prin cunoașterea cantității de căldură schimbate între fluid și perete și a temperaturilor fluidului și peretelui. Această determinare experimentală se poate face doar în cazul aparatelor aflate în exploatare. Pentru proiectare este necesară estimarea lui α pentru anumite condiții de transfer termic impuse de procesul tehnologic. Studiul transferului termic convectiv se poate realiza fie prin utilizarea unor modele matematice (bazate

pe ecuații diferențiale), fie pe baza unor teorii statistice. În cazul în care rezolvarea analitică a ecuațiilor diferențiale care descriu transferul convectiv de căldură este imposibilă – datorită complexității fenomenelor și a numărului mare de parametri care influențează procesul – se face apel la ecuațiile criteriale, ecuații care se pot obține fie aplicând analiza dimensională, fie direct din ecuațiile diferențiale.

4.4.3. Ecuația diferențială a transferului termic convectiv

Cantitatea de căldură transmisă prin convecție este căldura transportată de un fluid aflat în mișcare. Se consideră într-un curent de fluid un paralelipiped elementar de laturi dx , dy , dz (fig. 4.14).

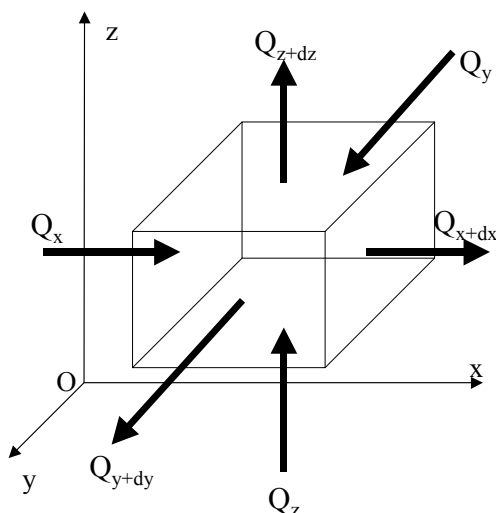


Fig. 4.14. Transfer termic convectiv

Regimul se consideră a fi staționar: în orice punct al sistemului considerat, toți parametrii care definesc starea și dinamica sistemului nu variază în timp (derivatele acestor parametri în raport cu timpul sunt nule), și, ca urmare, nu există acumulare de substanță sau de energie.

Debitul de fluid care intră pe direcția x în paralelipiped este:

$$\rho v_x \cdot dy \cdot dz$$

Acesta introduce în paralelipiped cantitatea de căldură:

$$Q_x = c_p \cdot \rho v_x \cdot T \cdot dy \cdot dz \quad (4.111)$$

La ieșirea din paralelipipedul elementar, pe direcția x , fluxul elementar de fluid ($v_x \rho$) devine:

$$v_x \cdot \rho + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \cdot dx \quad (4.112)$$

iar temperatura T devine:

$$T + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dx \quad (4.113)$$

Fluxul termic ieșit din paralelipiped pe direcția x va fi:

$$Q_{x+dx} = c_p \cdot \left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \cdot dx \right] \cdot \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz \quad (4.114)$$

Efectuând calculele în (4.114) și neglijând diferențialele de ordin doi și superior, ecuația (4.114) se scrie:

$$Q_{x+dx} = c_p \cdot (\rho v_x) \cdot T \cdot dydz + c_p \left[T \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + (\rho v_x) \frac{\partial T}{\partial x} \right] dV \quad (4.115)$$

În mod analog cu ecuațiile (4.111) și (4.115) se pot scrie ecuațiile fluxurilor termice intrate și ieșite din paralelipiped pe direcțiile y și z .

Excesul de căldură pe care fluidul îl lasă în timpul trecerii prin paralelipipedul elementar este:

$$dQ = (Q_{x+dx} + Q_{y+dy} + Q_{z+dz}) - (Q_x + Q_y + Q_z) \quad (4.116)$$

sau:

$$dQ = c_p T \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dV + c_p \left[(\rho v_x) \frac{\partial T}{\partial x} + (\rho v_y) \frac{\partial T}{\partial y} + (\rho v_z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] dV \quad (4.117)$$

Caracterul de regim staționar al curgerii se introduce prin următoarele două condiții:

- Lipsa acumulării de substanță, exprimată prin ecuația continuității (3.121.b):

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (4.118)$$

- Lipsa acumulării de căldură, care cere ca excesul de căldură dQ luat de curentul de fluid din paralelipipedul elementar să fie adus, prin conductivitate, din exteriorul paralelipipedului. Încălzirea conductivă a paralelipipedului este dată de ecuația:

$$dQ = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV \quad (4.119)$$

Introducând aceste două condiții în ecuația (4.117) se obține:

$$c_p \left[(\rho v_x) \frac{\partial T}{\partial x} + (\rho v_y) \frac{\partial T}{\partial y} + (\rho v_z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.120)$$

sau:

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T \quad (4.121)$$

în care $a = \lambda/(\rho \cdot c_p)$ reprezintă difuzivitatea termică a mediului prin care are loc transferul. Ecuația (4.120) sau (4.121) este cunoscută drept **ecuația diferențială Fourier – Kirchhoff**, ecuație care redă distribuția câmpului de temperatură pentru un fluid aflat în mișcare staționară. În regim nestaționar, ecuația (4.121) devine:

$$\rho \cdot c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.122)$$

sau:

$$\frac{DT}{dt} = a \nabla^2 T \quad (4.123)$$

unde DT/dt este derivata substanțială a temperaturii.

Întrucât în aceste forme complete ecuația Fourier – Kirchhoff este imposibil de rezolvat analitic, pentru calculul profilului temperaturii, respectiv al coeficienților individuali de transfer termic, se face apel la ecuații criteriale.

În anumite condiții, ecuația (4.123) poate căpăta forme mai simple. Astfel, în regim staționar și fluide imobile ($v_x = v_y = v_z = 0$), (4.123) se reduce la forma $\nabla^2 T = 0$, formă care corespunde transferului termic conductiv în regim staționar [vezi ecuația (4.47)].

4.4.4. Ecuații criteriale ale transferului termic convectiv

În cazul transferului termic convectiv, integrarea analitică a ecuației (4.122) nu este posibilă. Pentru a putea stabili criteriile de similitudine care intervin în transferul termic convectiv, ecuația (4.122) se pune sub forma:

$$\rho c_p \left[v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.124)$$

Se poate observa că toți termenii ecuației (4.124) au dimensiunea unei energii raportate la unitatea de volum $[\text{W}/\text{m}^3]$. Trecând la formula dimensională generalizată, (4.124) se poate scrie:

$$\left[\frac{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot T}{l} \right] - \left[\frac{\lambda \cdot T}{l^2} \right] + \left[\frac{\rho \cdot c_p \cdot T}{t} \right] = 0 \quad (4.125)$$

Cel de-al treilea termen al ecuației (4.125) reprezintă cantitatea de căldură Q acumulată în unitatea de volum de fluid în unitatea de timp:

$$\left[\frac{\rho \cdot c_p \cdot T}{t} \right] = \left[\frac{Q}{l^3 \cdot t} \right] = \left[\frac{\alpha \cdot l^2 \cdot T \cdot t}{l^3 \cdot t} \right] = \left[\frac{\alpha \cdot T}{l} \right] \quad (4.126)$$

Înlocuind cantitatea de căldură Q din legea de răcire a lui Newton (4.105) în (4.126), formula dimensională generalizată (4.125) devine:

$$\left[\frac{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot T}{l} \right] - \left[\frac{\lambda \cdot T}{l^2} \right] + \left[\frac{\alpha \cdot T}{l} \right] = 0 \quad (4.127)$$

în care primul termen reprezintă viteza transferului termic convectiv, cel de-al doilea viteza transferului termic conductiv, iar cel de-al treilea cantitatea de căldură transferată.

Raportul dintre termenii I și II reprezintă **criteriul Péclet**:

$$\frac{\frac{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot T}{l}}{\frac{\lambda \cdot T}{l^2}} = \frac{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot l}{\lambda} = \text{Pe} \quad (4.128)$$

iar raportul dintre termenii III și II reprezintă **criteriul Nusselt**:

$$\frac{\frac{\alpha \cdot T}{l}}{\frac{\lambda \cdot T}{l^2}} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \text{Nu} \quad (4.129)$$

Funcția criterială care descrie transferul termic convectiv va fi:

$$f(\text{Pe}, \text{Nu}) = \text{constant} \quad (4.130)$$

Pe lângă condiția de similitudine termică ($\text{Pe}_M = \text{Pe}_P$) se adaugă și condițiile de similitudine hidrodinamică ($\text{Re}_M = \text{Re}_P$; $\text{Fr}_M = \text{Fr}_P$) și condițiile de similitudine geometrică, astfel încât funcția criterială completă va fi:

$$f\left(\text{Pe}, \text{Nu}, \text{Re}, \text{Fr}, \frac{l_1}{l_0}, \frac{l_2}{l_0}, \dots\right) = \text{constant} \quad (4.131)$$

Se preferă înlocuirea criteriului Péclet cu un alt criteriu, **criteriul Prandtl**, care se obține raportând criteriul Péclet la criteriul Reynolds:

$$\text{Pr} = \frac{\text{Pe}}{\text{Re}} = \frac{\frac{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot l}{\lambda}}{\frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu}} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a} \quad (4.132)$$

Criteriul Pr conține doar constante fizice ale fluidului prin care are loc transferul de căldură și reprezintă raportul dintre viscozitatea cinematică (ν) și difuzivitatea termică (a) a fluidului.

Întrucât criteriul Nusselt conține parametrul care trebuie determinat (α), el este criteriul determinant, iar ecuația criterială (4.131) capătă forma:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = f\left(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Fr}, \frac{l_1}{l_0}, \frac{l_2}{l_0}, \dots\right) \quad (4.133)$$

Deoarece criteriul Fr provine din raportul dintre energia potențială și energia cinetică, el poate fi omis în cazul convecției forțate în regim turbulent.

În cazul convecției naturale, când deplasarea fluidului și deci și transferul căldurii se realizează sub influența diferenței de densitate a fluidului la temperaturi diferite, criteriul Fr nu poate fi neglijat. Este de preferat însă substituirea sa cu un alt criteriu, **criteriul Grashof**:

$$\text{Gr} = \text{Fr} \cdot \text{Re}^2 \cdot \beta \cdot \Delta T = \frac{gl}{\nu^2} \left(\frac{\rho \nu l}{\mu} \right)^2 \beta \cdot \Delta T = gl^3 \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^2 \beta \cdot \Delta T \quad (4.134)$$

în care produsul adimensional $\beta \Delta T$, dintre coeficientul de dilatare cubică și diferența de temperatură, exprimă cauza care produce deplasarea liberă a fluidului.

Ținând cont de criteriul Grashof, ecuația criterială (4.133) capătă forma generală:

$$Nu = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Gr}, G_1, G_2, \dots) \quad (4.135)$$

în care $G_1, G_2, \dots$ sunt criteriile de similitudine geometrică. Ecuația (4.135) poate lua una din formele simplificate redate în tab. 4.5.

Tab. 4.5. Forme particulare ale ecuației criteriale (4.135)

Transmiterea căldurii prin:	Ecuația criterială
lichide în convecție forțată	$Nu = f(\text{Re}, \text{Pr}, G_1, G_2, \dots)$
lichide în convecție liberă	$Nu = f(\text{Pr}, \text{Gr}, G_1, G_2, \dots)$
gaze în convecție forțată	$Nu = f(\text{Re}, G_1, G_2, \dots)$
gaze în convecție liberă	$Nu = f(\text{Gr}, G_1, G_2, \dots)$

În cazul gazelor, s-a constatat că pentru substanțe având același număr de atomi în moleculă, criteriul Prandtl este practic constant, având următoarele valori: $\text{Pr} = 0,67$ (gaze monoatomice); $\text{Pr} = 0,74$ (gaze diatomice); $\text{Pr} = 0,80$ (gaze triatomice); $\text{Pr} = 1,00$ (gaze tetraatomice).

Ecuațiile criteriale pentru descrierea transferului de căldură pot fi deduse și prin analiză dimensională, utilizând teorema π (vezi capitolul 2).

4.4.5. Determinarea coeficienților individuali de transfer termic

Cu foarte puține excepții, coeficienții individuali de transfer de căldură α se determină cu ajutorul ecuațiilor criteriale. Ecuațiile criteriale

scrise sub forma generală (4.135) nu pot fi utilizate pentru determinarea coeficienților α . Pentru a putea fi utilizate, aceste ecuații se scriu sub forma unor produse de criterii, fiecare ridicat la o putere:

$$Nu = c(Re)^m (Pr)^n (G_1)^p \dots \quad (4.136)$$

Utilizată sub această formă, ecuația criterială își restrânge aria de valabilitate. Valorile constantei c și ale exponenților $m, n, p, \dots$ se determină pe cale experimentală. Ecuația criterială este valabilă doar în cadrul domeniului în care s-au determinat experimental parametrii c, m, n, p . Extrapolarea fără discernământ a ecuațiilor criteriale în afara domeniului lor de valabilitate, poate duce de multe ori la erori grave în conceperea echipamentelor de transfer termic.

Câteva astfel de ecuații criteriale, frecvent utilizate, sunt prezentate în cele ce urmează.

4.4.5.1. Transfer termic la curgerea prin conducte și canale

- **La curgerea turbulentă deplin dezvoltată ($Re > 10^4$)** se recomandă utilizarea relației:

$$Nu = 0,021 \varepsilon_l Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad (4.137)$$

în care criteriul Pr_p se calculează cu constantele fizice ale fluidului la temperatura peretelui. Coeficientul de corecție ε_l , arată influența raportului dintre lungimea conductei L și diametrul acesteia d asupra coeficientului de transfer α . Valorile acestui coeficient sunt prezentate în tab. 4.6. Temperatura determinantă este temperatura medie a fluidului; mărimea caracteristică l este diametrul echivalent al secțiunii de curgere, d_e (vezi ec. 3.103). În cazul secțiunilor de curgere circulare, $d_e = d$.

Tab. 4.6. Valorile coeficientului de corecție ε_l

Valoare Reynolds	Raportul L/d				
	10	20	30	40	≥ 50
$1 \cdot 10^4$	1,23	1,13	1,07	1,03	1,00
$2 \cdot 10^4$	1,18	1,10	1,05	1,02	1,00
$5 \cdot 10^4$	1,13	1,08	1,04	1,02	1,00
$1 \cdot 10^5$	1,10	1,06	1,03	1,02	1,00
$1 \cdot 10^6$	1,05	1,03	1,02	1,01	1,00

Pentru serpentine, valoarea lui α obținută cu ecuația (4.137) se multiplică cu coeficientul x care ține seama de curbura serpentinei:

$$\alpha_s = x \cdot \alpha \quad (4.138)$$

$$x = 1 + 3,54 \frac{d}{D} \quad (4.139)$$

unde d este diametrul interior al conductei, iar D este diametrul spirei serpentinei.

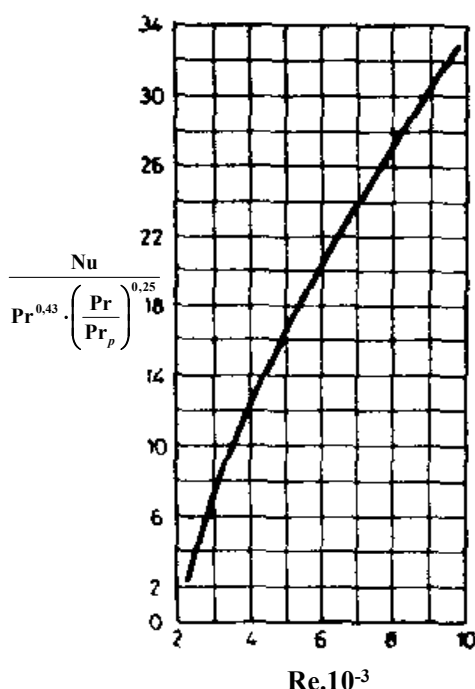


Fig. 4.15. Determinarea coeficientului α la convecția forțată în regim intermediar

În cazul gazelor, ecuația (4.137) se simplifică la:

$$Nu = C \cdot \varepsilon_l \cdot Re^{0,8} \quad (4.140)$$

unde C este un coeficient specific fiecărui gaz. Pentru aer, $C = 0,018$.

• Pentru curgerea în regim intermediar ($2300 < Re < 10000$), relațiile de calcul sunt mai puține și prezintă un grad mai ridicat de empirism. Se poate utiliza graficul din fig. 4.15, sau la valori Re apropiate de 10^4 se poate utiliza ecuația:

$$Nu = 0,008 Re^{0,9} Pr^{0,43} \quad (4.141)$$

în care temperatura determinantă este temperatura medie a fluidului, iar mărimea geometrică caracteristică este diametrul echivalent.

• În cazul curgerii în regim laminar ($Re < 2300$), în absența unei influențe însemnate a

convecției libere, când este îndeplinită condiția:

$$Gr \leq 4 \cdot Re \cdot Nu \quad (4.142)$$

se utilizează relația de calcul valabilă pentru $Re > 10$ și $L/d > 10$:

$$Nu = 1,4 \left(Re \cdot \frac{d}{L} \right)^{0,4} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad (4.143)$$

în care temperatura determinantă este temperatura medie a lichidului, iar mărimea geometrică caracteristică este diametrul conductei sau lățimea canalului. Dacă $Re \cdot Pr^{5/6} \cdot (d/L) < 15$ se poate utiliza ecuația aproximativă:

$$Nu = 4 \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad (4.144)$$

Dacă este îndeplinită condiția:

$$Gr > 4 \cdot Re \cdot Nu \quad (4.145)$$

influența convecției libere este însemnată [criteriul Nu se calculează din ecuația (4.143), iar criteriul Gr din ecuația (4.134), pentru $l = d$]. În aceste condiții, pentru calculul criteriului Nu , respectiv al coeficientului α se pot determina din graficul redat în fig. 4.16. Valorile determinate corespund domeniului în care produsul $Gr \cdot Pr$ are valori de $(8...25) \cdot 10^5$. Constantele fizice ale fluidului se calculează la temperatura stratului limită (media aritmetică între temperatura peretelui și temperatura fluidului).

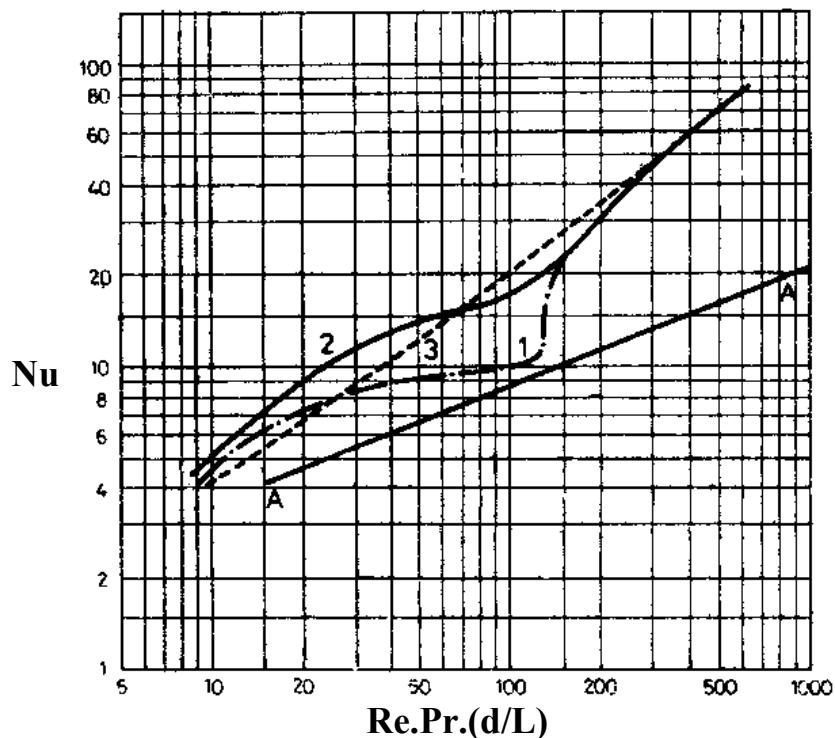


Fig. 4.16. Transfer termic convectiv în regim laminar
 1 – conducte verticale, același sens pentru mișcarea liberă și forțată a lichidului;
 2 – conducte orizontale; 3 – conducte verticale, sensuri contrare pentru mișcarea
 liberă și forțată a lichidului; dreapta A-A – în absența convecției libere

Tot în cazul convecției libere a fluidelor în spații largi, în care transferul termic se realizează prin deplasarea liberă a unui fluid ca efect al variației densității sale (datorată diferențelor de temperatură), se pot utiliza relațiile criteriale:

$$Nu = 0,55(Gr \cdot Pr)^{1/4} \text{ pentru } 3 < \lg(Gr \cdot Pr) < 7,3 \quad (4.146)$$

respectiv:

$$Nu = 0,13(Gr \cdot Pr)^{1/3} \text{ pentru } 7,3 < \lg(Gr \cdot Pr) < 12 \quad (4.147)$$

în care în expresia criteriului Gr dimensiunea caracteristică este lungimea țevii (pentru țevile verticale) sau diametrul interior (pentru țevile orizontale), iar ΔT este diferența dintre temperatura peretelui și temperatura fluidului. Valorile proprietăților fizice ale fluidului se iau la temperatura stratului limită.

4.4.5.2. Transfer termic la curgerea peste fascicule tubulare

• **În cazul curgerii transversale peste un fascicul de țevi netede**, se disting următoarele situații:

❖ La valori $Re < 1000$, pentru fascicule decalate și nedecalate:

$$Nu = 0,56 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,36} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_\phi \quad (4.148)$$

❖ La valori $Re > 1000$, pentru fascicule de țevi nedecalate:

$$Nu = 0,22 \cdot Re^{0,65} \cdot Pr^{0,36} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_\phi \quad (4.149)$$

❖ La valori $Re > 1000$, pentru fascicule de țevi decalate:

$$Nu = 0,4 \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{0,36} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_\phi \quad (4.150)$$

Temperatura determinantă este temperatura medie a fluidului, mărimea geometrică caracteristică este diametrul exterior al țevelor. Coeficientul ε_ϕ este funcție de unghiul de atac ϕ (vezi fig. 3.64), valorile sale fiind redată în tab. 4.7. Relațiile (4.148) – (4.150) dau valorile coeficientului α pentru al treilea rând de țevi din fascicul și următoarele. Pentru un număr suficient de mare de rânduri, valorile lui α pot fi considerate drept valori medii pentru întreg fasciculul.

Tab. 4.7. Valorile coeficientului ε_ϕ în funcție de unghiul de atac ϕ

ϕ	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_ϕ	1,00	1,00	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

În cazul schimbătoarelor de căldură multitubulare prevăzute cu șicane transversale în manta, se ia $\varepsilon_\phi = 0,6$, considerându-se că fluidul care circulă printre țevi se mișcă perpendicular pe țevi doar pe o parte a drumului parcurs, în rest unghiul de atac fiind mai mic de 90° .

• La curgerea fluidelor peste fascicule de țevi prevăzute cu aripioare transversale se utilizează relația:

$$Nu = C \cdot \left(\frac{t}{d}\right)^{0,54} \cdot \left(\frac{t}{h}\right)^{0,14} \cdot Re^n \cdot Pr^{0,4} \quad (4.151)$$

în care (fig. 4.17): d este diametrul exterior al țevii, t este pasul aripioarelor, iar h înălțimea aripioarelor.

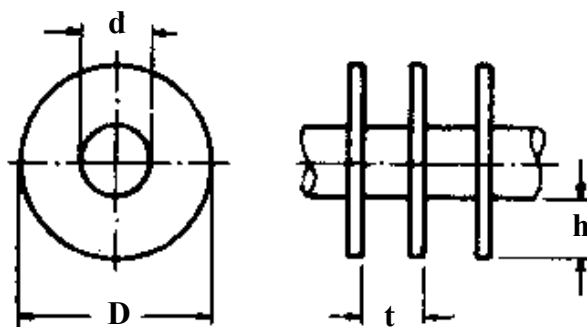


Fig. 4.17. Țeavă cu aripioare transversale

Pentru fascicule de țevi decalate:

$$C = 0,25 \text{ și } n = 0,65$$

Pentru fascicule de țevi nedecalate:

$$C = 0,116 \text{ și } n = 0,72$$

Temperatura determinantă este temperatura medie a fluidului, iar mărimea geometrică caracteristică este pasul aripioarelor (t).

Relația (4.151) este valabilă pentru $3000 < Re < 25000$ și respectiv pentru $3 < d/t < 4,8$.

Pe baza coeficientului α calculat din ecuația (4.151), se determină, din graficul prezentat în fig. 4.18., coeficientul redus de transfer, α_r , coeficient care se utilizează și în calculul coeficientului global de transfer termic (raportat la suprafața exterioară totală a țevelor, A_{ext}):

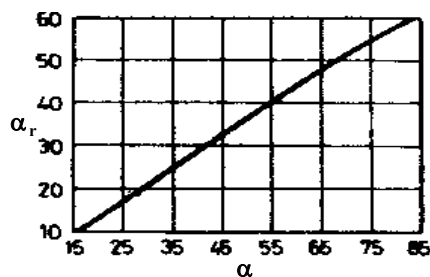


Fig. 4.18. Calculul coeficientului redus, α_r , în funcție de α

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_r} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{A_{ext}}{A_{int}} + \sum r} \quad (4.152)$$

în care A_{ext} reprezintă aria suprafeței exterioare totale a țevii cu aripioare raportată la unitatea de lungime (inclusiv ambele fețe ale aripioarei), A_{int} este aria

suprafeței interioare a țevii pe unitatea de lungime, α_2 este coeficientul individual de transfer termic al fluidului care circulă prin țevi, iar $\sum r$ reprezintă suma rezistențelor termice ale peretelui și depunerilor.

4.4.5.3. Transfer termic la curgerea pe suprafețe plane

- **La curgerea unui fluid de-a lungul unei suprafețe plane**, transferul termic convectiv este guvernat de ecuațiile criteriale:

$$Nu = 0,66 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad \text{pentru } Re < 5 \cdot 10^5 \quad (4.153)$$

$$Nu = 0,037 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad \text{pentru } Re > 5 \cdot 10^5 \quad (4.154)$$

Temperatura determinantă este temperatura medie a fluidului, iar mărimea geometrică caracteristică este lungimea suprafeței pe direcția mișcării curentului de fluid. Pentru aer, relația (4.154) se simplifică la:

$$Nu = 0,032 \cdot Re^{0,8} \quad (4.155)$$

- **In cazul curgerii peliculare a lichidelor pe suprafețe verticale**, se utilizează relațiile:

- ❖ Pentru curgerea laminară a peliculei ($Re < 2000$):

$$Nu = 0,67 (Ga^2 \cdot Pr^3 \cdot Re)^{1/9} \quad (4.156)$$

- ❖ Pentru curgerea turbulentă a peliculei ($Re > 2000$):

$$Nu = 0,01 (Ga \cdot Pr \cdot Re)^{1/3} \quad (4.157)$$

Temperatura determinantă este temperatura medie a stratului limită, iar mărimea geometrică caracteristică este înălțimea suprafeței (H) în criteriile Nu și Ga , respectiv diametrul echivalent ($d_e = 4A/P_u$) în criteriul Re .

Pentru curgerea peliculară a lichidului pe suprafață interioară a unei țevi verticale dintr-un schimbător de căldură pelicular:

$$A = \pi \cdot (d - b) \cdot b; P_u = \pi \cdot d \Rightarrow d_e = \frac{4A}{P_u} = 4 \frac{(d - b) \cdot b}{d} \quad (4.158)$$

în care d este diametrul interior al țevii, iar b este grosimea peliculei.

Dacă schimbătorul de căldură pelicular are n țevi prin care curg M_m kg/s lichid, din ecuația debitului rezultă:

$$\rho \cdot v = \frac{M_m}{A \cdot n} = \frac{M_m}{\pi \cdot (d - b) \cdot b \cdot n} \quad (4.159)$$

și deci:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d_e}{\mu} = \frac{4M_m}{\pi \cdot d \cdot n \cdot \mu} \quad (4.160)$$

La valori $Re \leq 1500$, grosimea peliculei se poate determina din ecuația teoretică:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_m \cdot \mu}{P_u \cdot \rho^2 \cdot g}} \quad (4.161)$$

4.4.5.4. Transfer termic la amestecarea lichidelor cu agitatoare

Calculul încălzirii sau răcirii lichidului într-un recipient prevăzut cu agitare se face folosind ecuația generală:

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^q \cdot v \quad (4.162)$$

Valorile C , m , q și v pentru diverse tipuri de agitatoare sunt redată în tab. 4.8. Criteriile de similitudine care intervin în ecuația (4.162) se calculează cu relațiile:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda}; Re = \frac{\rho \cdot n \cdot d^2}{\mu}; Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} \quad (4.163)$$

în care D reprezintă diametrul recipientului, d este diametrul cercului descris de paletele agitatorului, iar n este turația agitatorului (rot/s).

FENOMENE DE TRANSFER

Tab. 4.8. Valori C , m , q și ν în ecuația (4.162)

Tipul amestecătorului	Valoarea mărimii			
	C	m	q	ν
Amestecător cu elice				
recipient cu $D < 0,61$ m; $d/D = 1/3$; $n = 200 \dots 500$ rot/min	0,21	0,63	0,50	1
recipient cu $D = 1,5$ m; $d/D = 0,4$; $n = 120$ rot/min	0,54	0,67	0,25	$\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$
Amestecător cu palete (paletă cu 2 brațe, $D/d = 0,166$, $n = 50 \dots 300$ rot/min)				
transfer termic la și de la manta	0,36	0,67	0,33	$\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$
transfer termic la și de la serpentină	0,87	0,62	0,33	$\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$
Amestecător cu turbină				
cu șicane (h – înălțimea șicanei)	0,09	0,65	0,30	$\left(\frac{d}{D}\right)^{0,33} \cdot \left(\frac{2}{h}\right)^{0,2} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$
cu serpentină (d_s – diametrul serpentinei)	0,17	0,67	0,37	$\left(\frac{d}{d_s}\right)^{0,1}$

4.4.5.5. Transfer termic la fierberea lichidelor

Din punct de vedere fizic, fierberea este procesul de transformare a unui lichid în vapori, procesul desfășurându-se în toată masa lichidului, cu formare de bule de vapori. Fierberea este un proces endoterm care decurge în condiții izobar – izoterme. Cantitatea de căldură necesară pentru fierberea a 1 kg de lichid poartă denumirea de **căldură latentă de vaporizare**.

Mecanismul transferului termic între o suprafață care cedează căldură și un lichid în fierbere este deosebit de complex.

În cazul lichidelor pure monocomponente, temperatura de fierbere este teoretic egală cu temperatura de saturație (T_s), care este funcție de natura lichidului și de presiunea la care se desfășoară procesul. În realitate, temperatura de fierbere (T_f) este puțin mai mare decât T_s . Notând cu T_p temperatura peretelui suprafeței încălzitoare cu care se află în contact

lichidul în fierbere, coeficientul individual de transfer termic de la perete la lichidul în fierbere este definit de ecuația:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot (T_p - T_f) \quad (4.164)$$

care se poate scrie și:

$$\alpha = \frac{Q}{A \cdot (T_p - T_f)} = \frac{q}{T_p - T_f} = \frac{q}{\Delta T} \quad (4.165)$$

La creșterea temperaturii suprafeței încălzitoare se pot observa următoarele fenomene:

- atâta timp cât $T_p < T_f$, lichidul se încălzește și se vaporizează fără să fiarbă;
- când T_p depășește valoarea T_f , lichidul începe să fiarbă; intensitatea fierberii crește cu creșterea diferenței $\Delta T = T_p - T_f$;

- creșterea intensității fierberii atinge un maxim atunci când între suprafața de încălzire și lichid apare un film de vapori rezultat din unirea bulelor de vapori de pe suprafața de încălzire; acest film are o conductivitate termică relativ scăzută;

- dacă T_p continuă să crească, grosimea filmului de vapori crește, conducând la scăderea intensității fierberii; fluxul termic scade mult datorită faptului că încălzirea lichidului se realizează acum prin intermediul stratului de vapori de grosime mare și conductivitate termică scăzută.

Variația mărimilor α și q cu diferența ΔT este redată în fig. 4.19. Valorile α_c , q_c și ΔT_c corespunzătoare punctului de maxim, poartă denumirea de valori critice de fierbere, acestea fiind funcție de natura lichidului și de presiunea de lucru (tab. 4.9).

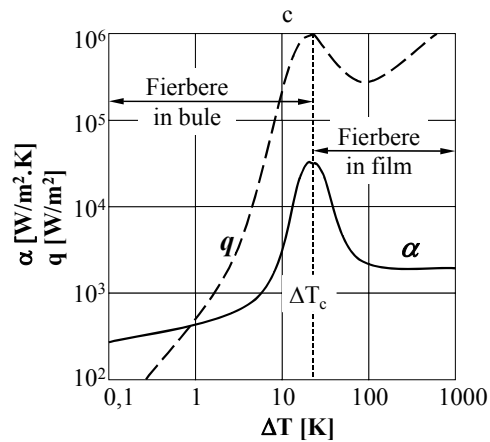


Fig. 4.19. Variația solicitării termice (q) și a coeficientului α în cazul fierberii la presiune constantă, funcție de valoarea potențialului termic, ΔT

Tab. 4.9. Valori critice de fierbere la presiunea atmosferică

Substanța	ΔT_c [K]	q_c [kW/m²]	α_c [W.m ⁻² .K ⁻¹]
apă	23 – 27	1163	46520
benzen	47	407	8722,5

La valori $\Delta T < \Delta T_c$, fierberea este moderată, bulele de vapori formându-se în așa-numitele **centre de fierbere (vaporizare)**. Aceste centre corespund unor denivelări sau impurități ale suprafeței de încălzire. Această perioadă a fierberii poartă denumirea de **fierbere cu bule**. Atunci când se ajunge la $\Delta T = \Delta T_c$, numărul centrelor de fierbere este atât de mare, încât bulele se unesc într-un strat de vapori continuu, lipsit de stabilitate, care se formează și se rupe la intervale de timp dese și neregulate. Această perioadă a fierberii poartă denumirea de **fierbere în film**.

Dintre factorii care influențează fierberea, se pot enumera natura lichidului, natura, rugozitatea și starea de curățenie a suprafeței de transfer termic, adjuvanții folosiți, presiunea de lucru.

Pentru calculul coeficientului individual de transfer la fierbere, se folosesc mai puțin ecuațiile criteriale, și mai mult relații empirice de calcul.

În cazul lichidelor care fierb în țevi cu debite mari de lichid se poate utiliza ecuația:

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \quad (4.166)$$

La fierberea cu bule, când $q < q_c$, se poate utiliza relația:

$$\alpha = b \cdot \left(\frac{\lambda^2}{\nu \cdot \sigma \cdot T_f} \right)^{1/3} \cdot q^{2/3} \quad (4.167)$$

în care b este un coeficient adimensional funcție numai de densitățile lichidului și vaporilor:

$$b = 0,075 \cdot \left[1 + 10 \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{2/3} \right] \quad (4.168)$$

λ este conductivitatea termică a lichidului ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$), ν este viscozitatea cinematică ($m^2 \cdot s^{-1}$), σ este tensiunea superficială ($N \cdot m^{-1}$), iar q încărcarea termică specifică (W/m^2). Toți parametrii lichidului se consideră la temperatura de fierbere. Ecuația (4.167) permite calculul coeficienților α la fierberea lichidelor în volum mare și în țevi. Abaterile datelor experimentale față de cele calculate variază între $\pm 35\%$.

Pentru fierberea apei la presiune atmosferică se recomandă relația:

$$\alpha = 1100 + 0,90 \cdot q \quad (4.169)$$

iar pentru presiuni cuprinse între $0,2 \cdot 10^5$ Pa și $1 \cdot 10^7$ Pa:

$$\alpha = 0,335 \cdot P^{0,176} \cdot q^{0,7} \quad (4.170)$$

sau:

$$\alpha = 0,0325 \cdot P^{0,58} \cdot (\Delta T)^{2,33} \quad (4.171)$$

în care P se exprimă în Pa, q în $W \cdot m^{-2}$, ΔT în K și α în $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$.

Pentru calcule aproximative la fierberea cu bule a lichidelor în volum mare pe suprafața exterioară a unui fascicul de țevi și în evaporatoare verticale în domeniul încărcărilor termice moderate (până la $0,4 \cdot q_c$) și presiuni de 0,2 – 10 ata, se poate utiliza relația:

$$\alpha = 2,72 \cdot \varphi \cdot P_{abs}^{0,4} \cdot q^{0,7} \quad (4.172)$$

unde P_{abs} este presiunea absolută de lucru (ata), iar φ este un factor specific naturii lichidului care fierbe (tab. 4.10).

Pentru fierberea în interiorul țevelor cu înclinare mică:

$$\alpha = c \cdot d^{1,4} \cdot \Delta T \quad (4.173)$$

în care c este o constantă caracteristică lichidului (15 pentru apă, 19 pentru benzen la presiune atmosferică), iar d este diametrul interior al țevelor.

Tab. 4.10. Valori ale coeficientului φ din ecuația (4.172)

Lichidul	φ	Lichidul	φ
apă	1,00	petrol lampant	0,31- 0,56
soluție apoasă 9% NaCl	0,86	gazolină	0,27
soluție apoasă 24% NaCl	0,62	benzen	0,31
soluție apoasă 26% glicerină	0,83	etanol	0,45
soluție apoasă 25% zahăr	0,57	metanol	0,36
soluție apoasă 10% Na ₂ SO ₄	0,91	heptan	0,46

Relațiile (4.174) – (4.175) dau raportul dintre coeficientul de transfer α al lichidului și coeficientul de transfer al apei, α_a , calculat pe baza relațiilor (4.169) – (4.171):

- pentru fierberea lentă ($q < 16500 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$):

$$\frac{\alpha}{\alpha_a} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_a} \right)^{0,75} \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_a} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta_a} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{c_p}{c_{p,a}} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_a} \right)^{-0,25} \quad (4.174)$$

- pentru fierberea intensă ($q > 16500 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$):

$$\frac{\alpha}{\alpha_a} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_a} \right)^{0,75} \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_a} \right)^{0,7} \cdot \left(\frac{c_p}{c_{p,a}} \right)^{0,12} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_a} \right)^{-0,94} \quad (4.175)$$

4.4.5.6. Transfer termic la condensarea vaporilor

Ca fenomen fizic, condensarea este fenomenul de trecere a unei substanțe aflate sub formă de vapori în stare lichidă. Procesul fiind exoterm, va exista un transfer de căldură de la vaporii care condensează fie către

suprafața solidă pe care are loc condensarea (în cazul condensatoarelor de suprafață), fie către agentul termic (în cazul condensatoarelor de amestec).

Căldura cedată de vaporii în condensare poartă denumirea de **căldură latentă de condensare** și este funcție de natura vaporilor, temperatură și presiune.

Sub aspectul realizării procesului de condensare se poate discuta despre:

- **condensarea în picături** – când condensatul udă doar anumite puncte ale suprafeței de transfer termic;
- **condensarea în film (peliculară)** – când condensatul udă perfect întreaga suprafață de transfer termic.

Gazele necondensabile existente în vaporii supuși condensării nu modifică felul condensării – peliculară sau în picături. Dacă vaporii conțin anumite substanțe, sau dacă suprafața rece este impurificată cu substanțe care micșorează tensiunea superficială a condensatului împiedicând udarea suprafeței, condensarea decurge în picături. Această modalitate de condensare este mai avantajoasă, coeficienții individuali de transfer termic sunt de 4 – 8 ori mai mari decât în cazul în care condensarea decurge în aceleași condiții, dar sub formă peliculară. Fenomenul este explicabil dacă se are în vedere mecanismul procesului de condensare.

Procesul de condensare este alcătuit din trei etape succesive:

- transferul vaporilor de condensat prin volumul fazei gazoase către suprafața de condensare, etapă care poate deveni determinantă de viteză pentru proces dacă vaporii care sunt supuși condensării se găsesc în amestec cu gaze necondensabile;
- condensarea propriu-zisă, respectiv transformarea vaporilor în lichid la interfață; doar o mică parte din vaporii ajunși la interfață condensează, marea majoritate revenind necondensați în volum fazei gazoase;
- transferul căldurii latente de condensare către suprafața rece.

În cazul condensării în picături (fig. 4.20.a), transferul căldurii latente de condensare se face direct între picătura de condensat și suprafața de transfer termic, în timp ce la condensarea peliculară (fig. 4.20.b), transferul de căldură de la condensat la suprafața rece decurge prin intermediul filmului de condensat preexistent, film care induce o rezistență termică suplimentară.

Majoritatea covârșitoare a condensărilor industriale decurg în film. Chiar dacă inițial – datorită unei impurificări a suprafeței de condensare – procesul decurge în picături, ulterior, după ce suprafața este spălată chiar de către condensat, procesul decurge în film. Tot pelicular se desfășoară condensarea și pe suprafețele ruginite. Pentru a putea realiza condensarea permanentă în picături, dacă procesul permite, se pot introduce în vaporii

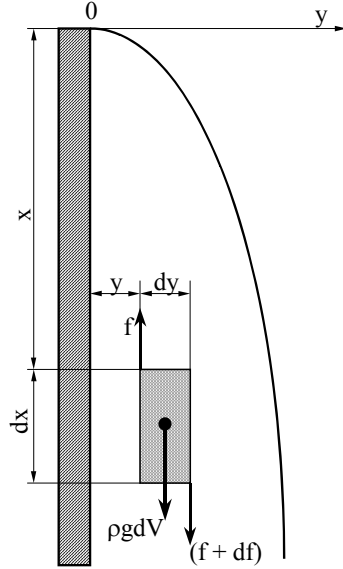


Fig. 4.21. Condensare peliculară pe suprafețe verticale

Notând cu F forța de frecare pe unitatea de suprafață și ținând cont de faptul că aria pe care acționează forțele de frecare este $A = dx \cdot 1$, ecuația (4.176) devine:

$$\rho g dV + (F + dF) dx = F dx \quad (4.177)$$

sau:

$$\rho g dy + dF = 0 \quad (4.178)$$

care se poate scrie sub forma:

$$\frac{dF}{dy} = -\rho g \quad (4.179)$$

În cazul fluidelor newtoniene [vezi volumul I, ecuația (3.14)], forța de frecare pe unitatea de suprafață are expresia:

$$F = \mu \frac{dv_x}{dy} \quad (4.180)$$

unde dv_x reprezintă creșterea vitezei condensatului când distanța de la peretele rece crește de la y la $(y + dy)$. Derivând (4.180) în raport cu y :

$$\frac{dF}{dy} = \mu \frac{d^2 v_x}{dy^2} \quad (4.181)$$

și înlocuind în (4.179) se obține:

$$\frac{d^2 v_x}{dy^2} = -\frac{\rho g}{\mu} \quad (4.182)$$

Aceași ecuație se obține și dacă în ecuația generală **Navier – Stokes** pentru curgerea pe direcția axei x [vezi volumul I, ecuația (3.144)] scrisă sub forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = \\ = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4.183)$$

se ține cont de particularitățile curgerii condensatului:

- regim staționar: $\partial v_x / \partial t = 0$;
- curgere unidimensională pe direcția x : $v_y = v_z = 0$;
- viteză constantă a filmului de condensat pe direcția x , variabilă numai pe direcția y : $\partial v_x / \partial x = 0$; $\partial^2 v_x / \partial x^2 = 0$; $\partial^2 v_x / \partial z^2 = 0$;
- presiunea constantă la suprafața filmului: $\partial P / \partial x = 0$;

Introducând aceste condiții în (4.183) se obține:

$$\frac{d^2 v_x}{dy^2} = -\frac{\rho g}{\mu} \quad (4.184)$$

identică cu ecuația (4.182).

Prin integrare succesivă, din (4.184) se obține:

$$\frac{dv_x}{dy} = -\frac{\rho g}{\mu} y + C_1 \quad (4.185)$$

$$v_x = -\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (4.186)$$

Constantele de integrare se obțin din condițiile la limită (4.187):

- la $y = 0$ $v_x = 0$ (la suprafața peretelui solid viteza este nulă)
- la $y = \delta_x$ $dv_x/dy = 0$ (la suprafața filmului viteza este maximă)

Înlocuind (4.187) în (4.185) și (4.186) rezultă valorile constantelor de integrare:

$$C_2 = 0 ; \quad C_1 = \frac{\delta_x \rho g}{\mu} \quad (4.188)$$

iar ecuația (4.186) devine:

$$v_x = -\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + \frac{\rho g}{\mu} \delta_x y \quad (4.189)$$

ecuație care redă distribuția (profilul) vitezelor în filmul de condensat.

Viteza medie a condensatului la distanța x față de capătul peretelui rezultă din medierea vitezei instantanee, v_x , pe grosimea δ_x a filmului:

$$\tilde{v}_x = \frac{1}{\delta_x} \int_0^{\delta_x} v_x dx = \frac{1}{\delta_x} \int_0^{\delta_x} \left(-\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + \frac{\rho g}{\mu} \delta_x y \right) dy = \frac{\rho g}{3\mu} \delta_x^2 \quad (4.190)$$

Debitul de vapori condensat pe întreaga lățime a peretelui la nivelul x este:

$$m_x = \tilde{v}_x \rho \delta_x = \frac{\rho^2 g}{3\mu} \delta_x^3 \quad (4.191)$$

Debitul de vapori condensat pe întreaga lățime a peretelui, pe înălțimea dx va fi dm_x . Diferențiind ecuația (4.191), se obține:

$$dm_x = \frac{\rho^2 g}{\mu} \delta_x^2 d\delta_x \quad (4.192)$$

Din considerente de conservare a energiei, fluxul termic transmis convectiv de către pelicula de condensat spre perete trebuie să fie egal cu fluxul termic generat de căldura latentă de condensare, adică:

$$\frac{\lambda}{\delta_x}(T_v - T_p)dx = r \cdot m_x \quad (4.193)$$

în care r reprezintă căldura latentă de condensare, T_v temperatura vaporilor, T_p temperatura peretelui, iar λ este coeficientul de conductivitate termică al condensatului.

Combinând (4.193) cu (4.192) se obține:

$$dx = \frac{r\rho^2 g}{\mu\lambda(T_v - T_p)} \delta_x^2 d\delta_x \quad (4.194)$$

care prin integrare cu condițiile la limită $x = 0$; $\delta_x = 0$ devine:

$$x = \frac{r\rho^2 g}{4\mu\lambda(T_v - T_p)} \delta_x^4 \quad (4.195)$$

din care rezultă expresia grosimii filmului de condensat la nivelul x :

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{4\mu\lambda x(T_v - T_p)}{r\rho^2 g}} \quad (4.196)$$

Coeficientul local de transfer termic va fi în acest caz:

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{\delta_x} = \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g\lambda^3}{4\mu x(T_v - T_p)}} \quad (4.197)$$

Valoarea medie a coeficientului individual de transfer termic pentru un perete vertical de înălțime H va fi:

$$\alpha = \frac{1}{H} \int_0^H \alpha_x dx = \frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g\lambda^3}{4\mu H(T_v - T_p)}} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g\lambda^3}{\mu H(T_v - T_p)}} \quad (4.198)$$

Ecuția (4.198) este **ecuația lui Nusselt** pentru vapori în condensare pe suprafața unei țevi verticale, ecuație care mai poate fi scrisă sub forma:

$$\alpha = \alpha_1 \frac{1}{\sqrt[4]{H(T_v - T_p)}} \quad (4.199)$$

în care α_1 are expresia:

$$\alpha_1 = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g\lambda^3}{\mu}} \quad (4.200)$$

și este coeficientul individual de transfer termic pentru un perete vertical având înălțimea egală cu unitatea de lungime și diferența dintre temperatura vaporilor și temperatura peretelui egală cu unitatea de diferență de temperatură. Acest coeficient fiind funcție de proprietățile fizice ale vaporilor care condensează va fi, implicit, funcție de temperatură. Valorile proprietăților fizice care intervin în ecuația (4.200) se iau la temperatura

medie $T_m = 0,5(T_v + T_p)$. Pentru vaporii de apă, variația lui α_l cu temperatura este redată în tab. 4.11.

Tab. 4.11. Valorile coeficientului α_l din (4.200) pentru vaporii de apă

Temperatura [K]	α_l [W.m ^{-7/4} .K ^{-3/4}]	Temperatura [K]	α_l [W.m ^{-7/4} .K ^{-3/4}]
273	6585	383	12515
283	7280	393	13015
293	7920	403	13410
303	8515	413	13780
313	9095	423	14165
323	9635	433	14525
333	10160	443	14850
343	10660	453	15140
353	11155	463	15365
363	11640	473	15550
373	12095		

Ecuția lui Nusselt este valabilă doar în cazul curgerii peliculare laminare. În practică însă, condensarea are loc pe țevi suficient de lungi astfel încât după o anumită distanță de curgere la o grosime δ curgerea devine turbulentă. La curgerea peliculară criteriul Reynolds are expresia:

$$Re = \frac{4\rho \cdot v \cdot \delta}{\mu} \quad (4.201)$$

Ondularea peliculei de condensat (curgerea cu valuri) are ca efect mărirea suprafeței de contact film-vapori, ducând implicit la creșterea coeficientului individual de transfer termic. **Kutadeladze** majorează coeficientul obținut din ecuația lui Nusselt cu 20% pentru a ține cont de influența valurilor, astfel încât (4.198) devine:

$$\alpha = 1,13 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g \lambda^3}{\mu H(T_v - T_p)}} = 2,04 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 \lambda^3}{\mu H(T_v - T_p)}} \quad (4.202)$$

O relație aproximativă de calcul a coeficientului individual de transfer termic la condensare este:

$$\alpha = 7,2 \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.203)$$

în care α este exprimat în W.m⁻².K⁻¹, λ este exprimat în W.m⁻¹.K⁻¹ și μ este exprimat în Pa.s.

❖ **Condensare peliculară pe suprafețe înclinate**

Calculul efectuat în cazul condensării peliculare pe suprafețe verticale este valabil și pentru suprafețe înclinate, cu condiția să se țină seama de direcția forței de greutate în raport cu suprafața înclinată de condensare. Cu această observație, ecuația (4.176) devine:

$$\rho \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot dV + (f + df) = f \quad (4.204)$$

în care φ este unghiul pe care peretele înclinat îl face cu un plan orizontal. Din ecuația (4.204), printr-un raționament analog cu cel aplicat la condensarea pe pereți verticali se ajunge la expresia coeficientului individual de transfer termic la condensarea pe suprafețe înclinate:

$$\alpha_{\varphi} = \alpha_{90} \cdot \sqrt[4]{\sin \varphi} \quad (4.205)$$

în care α_{90} este coeficientul de transfer pentru peretele vertical ($\varphi = 90^\circ$), identic cu α din ecuațiile (4.198), (4.199), (4.202).

❖ **Condensare peliculară pe o țevă orizontală**

Dacă se consideră peretele țevii ca un perete format din porțiuni infinitezimale având înclinări variabile între 0° și 180° , se obține expresia:

$$\alpha_0 = 0,725 \cdot \frac{\alpha_1}{\sqrt[4]{d(T_v - T_p)}} \quad (4.206)$$

în care α_1 este dat de relația (4.200), iar d este diametrul exterior al țevii.

❖ **Condensare peliculară pe un fascicul de țevi orizontale**

În cazul condensării vaporilor pe un fascicul de țevi orizontale, coeficientul individual de transfer va fi mai redus la țevile de la partea inferioară a fasciculului, datorită stratului izolant de condensat care curge de pe țevile de la partea superioară a fasciculului pe țevile de la partea inferioară. O valoare medie a coeficientului de transfer se poate calcula cu ajutorul ecuației:

$$\alpha_n = \frac{\alpha_0}{\sqrt[4]{n}} \quad (4.207)$$

în care α_0 este coeficientul de transfer calculat pentru o singură țevă orizontală, iar n reprezintă numărul de țevi situate pe aceeași verticală.

Tot pentru calculul coeficientului α_n se poate utiliza diagrama din fig. 4.22, construită pe bază de date experimentale. Diagrama redă dependența coeficientului $\varepsilon = \alpha_n/\alpha_0$ de numărul rândurilor de țevi n și de modul de dispunere a acestora în fascicul. Schematic, cele trei modalități de aranjare a țevilor în fascicul sunt redată în fig. 4.23. Din diagrama din fig. 4.22 rezultă că aranjarea țevilor în sistem **Ginabat** este cea mai avantajoasă.

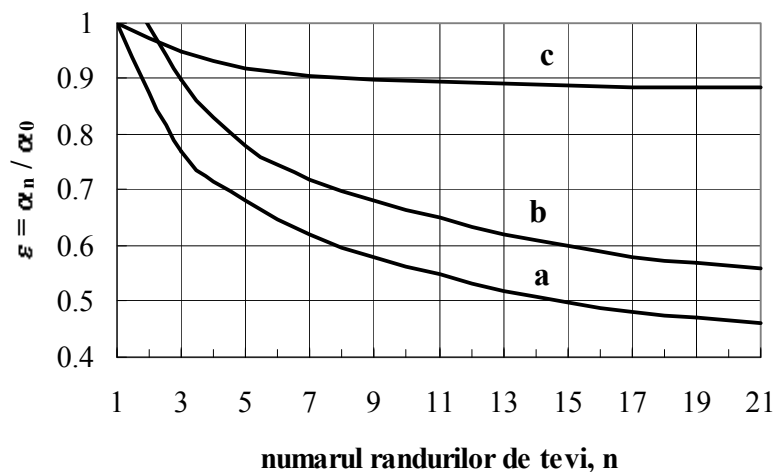


Fig. 4.22. Dependența coeficientului ε de numărul rândurilor de țevi și de dispunerea acestora
 a – aranjament nedecalat; b – aranjament decalat; c – aranjament Ginabat

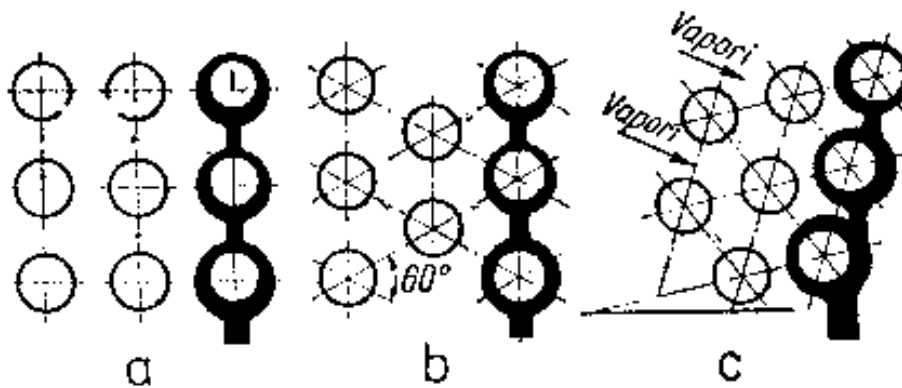


Fig. 4.23. Posibilități de amplasare a țevelor într-un fascicul
 a – aranjament nedecalat; b – aranjament decalat; c – aranjament Ginabat

Sistemul Ginabat realizează o dispunere decalată a țevelor, la care se adaugă înclinarea fasciculului de țevi față de intrarea vaporilor, astfel încât filmul de condens care se scurge de pe țevele superioare să atingă doar tangențial țevele inferioare, iar vaporii intră din direcția în care grosimea filmului de condensat de pe țeavă este minimă.

❖ **Condensare în interiorul țevelor orizontale și serpentinelor**

Coeficientul individual de transfer termic în aceste condiții se calculează cu relația:

$$\alpha = 1,36 \cdot A \cdot q^{0,5} \cdot L^{0,35} \cdot d^{-0,25} \quad (4.208)$$

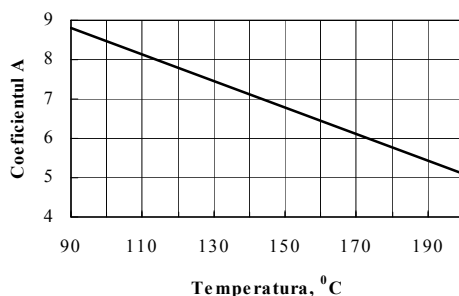


Fig. 4.24. Valoarea coeficientului A din ecuația (4.208)

în care A este un coeficient care înglobează constantele fizico-chimice ale substanței care condensează. Pentru vaporii de apă, variația lui A cu temperatura de condensare este redată în fig. 4.24. Ceilalți termeni ai ecuației (4.208) semnifică: q - fluxul termic unitar [W/m^2]; L - lungimea țevii [m]; d - diametrul interior al țevii [m].

La condensarea vaporilor în serpentine, lungimea serpentinei nu trebuie să fie foarte mare, deoarece la capătul inferior al serpentinelor lungi se acumulează condensat care înrăutățește transferul termic. În plus, în serpentinele lungi crește căderea de presiune, deci scade presiunea aburului, deci scade diferența utilă de temperatură. Din date practice, în serpentinele cu abur viteza inițială a vaporilor nu trebuie să depășească 30 m/s. La o diferență medie de temperatură $\Delta T_m = 30 - 40$ K, lungimea serpentinei se corelează cu presiunea aburului conform datelor din tab. 4.12.

Tab. 4.12. Valoarea maximă a raportului dintre lungimea (L) și diametrul (d) serpentinelor în funcție de presiunea vaporilor

Presiunea [kPa]	490,5	294,3	147,1	78,5
vaporilor [at]	5,0	3,0	1,5	0,8
Raport $(L/d)_{\max}$	275	225	175	125

Pentru alte valori ale lui ΔT_m , valorile raportului $(L/d)_{\max}$ trebuie înmulțite cu coeficientul $6/\sqrt{\Delta T_m}$.

❖ **Condensarea vaporilor care conțin gaze necondensabile**

Gaze necondensabile (aer în special) se întâlnesc aproape întotdeauna în vaporii. Dacă nu sunt evacuate ele se acumulează în spațiul de condensare, micșorând mult valoarea coeficientului de transfer.

În fig. 4.25 se prezintă modificarea valorii raportului α_v/α în funcție de concentrația relativă a aerului în vaporii de apă. Cu α s-a notat coeficientul individual de transfer termic la condensarea vaporilor de apă puri, iar cu α_v s-a notat coeficientul individual de transfer termic la condensarea vaporilor de apă care conțin aer.

Mărimea X reprezintă concentrația relativă a aerului în vaporii, exprimată în kg aer / kg vaporii.

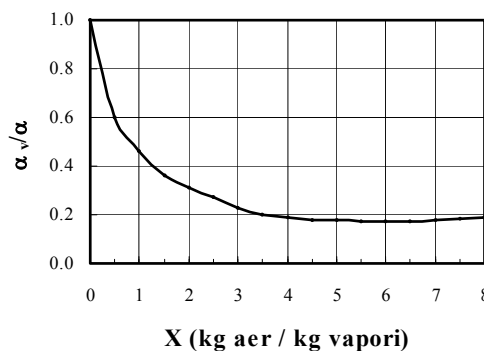


Fig. 4.25. Variația raportului α_v/α funcție de conținutul de gaze necondensabile (aer) din vaporii

❖ Factori care influențează condensarea vaporilor în film

Procesul de condensare și implicit coeficientul individual de transfer termic sunt influențate în mare măsură de:

- **Viteza, presiunea, direcția și turbulența curentului de vaporii.** La viteze ale vaporilor mai mari de 10 m/s, frecările dintre condensat și vaporii devin importante, curgerea condensatului fiind accelerată (în cazul vaporilor descendenți) sau frânată (în cazul vaporilor ascendenți). Rezultatul este mărirea, respectiv micșorarea valorii coeficienților de transfer termic. Efectul este amplificat de creșterea presiunii vaporilor.
- **Starea suprafeței de condensare.** Rugozitatea mare a suprafețelor, straturile de rugină sau de depuneri măresc grosimea filmului de condensat, coeficientul individual de transfer termic reducându-se – în unele cazuri cu până la 30%.
- **Supraîncălzirea vaporilor.** Nu are o influență esențială asupra valorii coeficientului α , întrucât căldura sensibilă pe care o cedează vaporii supraîncălziți până la atingerea temperaturii de saturație este mult mai mică în comparație cu căldura latentă de condensare.
- **Poziția verticală sau orizontală a țevilor pe care decurge condensarea.** Conform ecuațiilor (4.199) și (4.206), raportul dintre coeficientul de transfer α pentru o țevă verticală de înălțime H și

coeficientul de transfer α_0 pentru o țevă verticală de diametru exterior d este:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{1}{0,725} \cdot \sqrt[4]{\frac{d}{H}} \quad (4.209)$$

Deoarece în aparatele industriale de transfer termic $d/H \ll 1$, rezultă că întotdeauna $\alpha < \alpha_0$. **Din punct de vedere al eficienței transferului termic, este mai avantajoasă utilizarea aparatelor de condensare cu țevi orizontale.** Dificultatea evacuării condensatului din aceste aparate, precum și lipsa în unele cazuri a spațiului necesar pentru amplasarea orizontală a aparatului, fac ca aparatele condensatoare cu țevi verticale să fie utilizate în multe aplicații.

4.4.5.7. Valori orientative ale coeficienților individuali de transfer termic

În tab. 4.13 sunt prezentate valorile aproximative ale coeficienților individuali de transfer termic pentru cazurile de bază ale transferului termic convectiv.

Tab. 4.13. Valori orientative ale coeficienților individuali de transfer termic, α , pentru apă și aer

Modul de transmitere a căldurii	Valoare α [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$]		Observații
	apă	aer	
Convecție forțată (curgere turbulentă) - în țevi și canale - perpendicular pe țevi	1200 - 5800 3100 - 10000	35 - 60 70 - 100	$T_m = 303 \text{ K}$; $d = 0,03 \text{ m}$ $Re_{\text{apă}} = 7\,500 - 560\,000$ $Re_{\text{aer}} = 15\,000 - 280\,000$
Convecție forțată (curgere laminară)	310 - 430	4 - 6	$T_m = 303 \text{ K}$; $d = 0,03 \text{ m}$ $Re_{\text{apă}} = 750 - 1\,900$; $Re_{\text{aer}} = 750 - 1\,900$
Convecție liberă	350 - 930	4 - 9	$T_m = 303 \text{ K}$
Fierberea apei	2000 - 24000	-	Presiune atmosferică
Condensarea vaporilor saturați pe suprafața exterioară a țevilor orizontale	9300 - 15000	-	Presiunea absolută a vaporilor saturați = 4 kPa $d = 0,03 \text{ m}$

4.5. TRANSFERUL GLOBAL DE CĂLDURĂ

În majoritatea proceselor termice, căldura nu este transferată printr-un mecanism unic. Conducția, convecția și radiația participă, în diverse proporții, la realizarea schimbului global de căldură. De exemplu, într-un evaporator dintr-o instalație de concentrare a siropului de zahăr, căldura aburului utilizat drept agent termic se transmite prin convecție forțată către suprafața exterioară a țevelor vaporizatorului; de la suprafața externă a țevelor la suprafața internă căldura este transmisă conductiv prin materialul metalic din care sunt confecționate țevele, după care are loc un nou transfer convectiv al căldurii (sau convectiv – conductiv în cazul evaporatoarelor peliculare) de la pereții țevii la siropul de zahăr aflat în fierbere. În timp, pe pereții interiori ai țevelor evaporatorului se pot depune cruste de săruri minerale insolubile, rău conducătoare de căldură, care reprezintă o rezistență termică suplimentară (fig. 4.26 a). Pe de altă parte, o parte din căldura aburului este cedată pereților exteriori ai evaporatorului, care la rândul lor cedează căldură mediului ambiant (așa – numitele “pierderi de căldură”) prin convecție naturală și prin radiație (fig. 4.26 b).

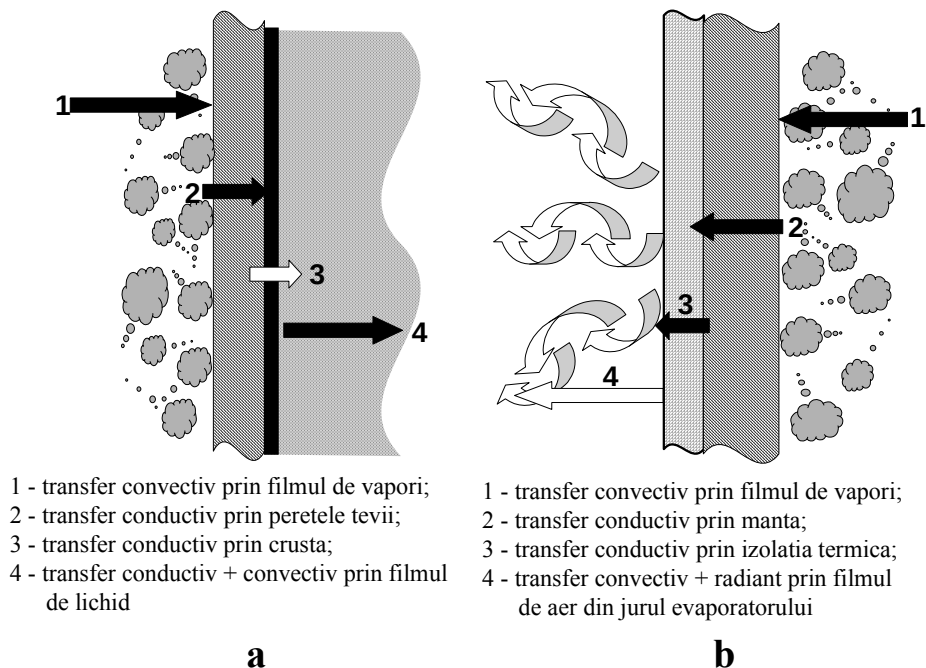


Fig. 4.26. Transfer global de căldură într-un evaporator
a – transfer “util” de căldură; b – “pierderi” de căldură

În cea mai simplă formă, transferul global de căldură poate fi redat prin ecuația:

$$Q = K \cdot A \cdot \Delta T \quad (4.210)$$

în care Q reprezintă fluxul termic transferat (W), A este aria suprafeței prin care are loc transferul (m^2), ΔT reprezintă potențialul transferului termic (K), exprimat ca diferență între temperatura mediului care cedează căldura (aburul de încălzire în exemplul anterior) și temperatura mediului care primește căldura (siropul de zahăr în fierbere, respectiv aerul din jurul instalației de evaporare). Coeficientul K (exprimat în S.I. în $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$) poartă denumirea de **coeficient global de transfer de căldură** și reprezintă cantitatea de căldură transferată între două medii pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp, sub acțiunea unui potențial termic de 1 K. Altfel spus, K reprezintă fluxul termic specific transferat sub acțiunea unui potențial termic unitar:

$$K = \frac{Q}{A \cdot \Delta T} = \frac{q}{\Delta T} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.211)$$

Ecuația (4.210) exprimă faptul că fluxul termic transferat este direct proporțional cu aria suprafeței prin care are loc transferul și cu potențialul transferului. Dependența dintre Q și ΔT (la $A = \text{ct.}$) este liniară doar pentru valori reduse ale potențialului termic. În practică, valorile coeficientului global de transfer K sunt funcție atât de valoarea potențialului termic, cât și de valorile absolute ale temperaturilor celor două medii între care decurge transferul termic.

La proiectarea aparatelor în care un rol important revine transferului termic (încălzitoare, răcitoare, evaporatoare, condensatoare, concentratoare, boilere, refrigeratoare, fierbătoare, cupatoare, uscătoare, etc.), de obicei se cunoaște cantitatea de căldură care trebuie transferată (pe baza întocmirii bilanșurilor de materiale și de căldură ale aparatului proiectat, pornind de la capacitatea de producție cerută) și se cunoaște valoarea potențialului termic impusă de diverse considerente (de ordin tehnologic, economic, de calitate a produsului prelucrat în aparat, etc.). Cerința primară a proiectării este aceea de a determina valoarea suprafeței necesare de transfer de căldură, urmând ca pe baza acesteia să se stabilească dimensiunile constructive ale aparatului. Dacă se analizează ecuațiile (4.210) – (4.211), se constată că fără cunoașterea coeficientului global de transfer K , proiectarea oricărui utilaj în care determinant este transferul termic este practic imposibilă. Așa cum se va arăta în cele ce urmează, coeficientul global de transfer depinde de natura și proprietățile mediilor prin care se transferă căldura, de condițiile geometrice și hidrodinamice în care decurge procesul, de temperatura mediilor și de valoarea potențialului termic la care decurge transferul.

4.5.1. Transfer global de căldură indirect între două fluide

Acest mod de transmitere a căldurii este poate cel mai des întâlnit în practică: două fluide, separate de un perete (simplu, compus, plan, cilindric, etc.) schimbă căldură între ele, prin intermediul peretelui, fluidul cu temperatura mai ridicată cedând căldură fluidului cu temperatura mai coborâtă.

4.5.1.1. Transfer global de căldură la potențial termic constant

De o parte și de alta a peretelui care separă fluidele, se formează un strat limită termic (vezi 4.4.1.) în care se concentrează toate rezistențele la transfer. Deoarece în vecinătatea peretelui solid curgerea este laminară (vezi fig. 4.12), căldura se transmite atât prin mecanism conductiv, cât și prin mecanism convectiv. La perete, unde viteza fluidului este nulă, transferul termic este pur convectiv, participarea convecției la transfer crescând cu distanța de la perete. Dacă se consideră că în stratul limită convecția poate fi neglijată, cazul celor două fluide separate de un perete plan omogen poate fi asimilat cazului transferului conductiv de căldură printr-un perete plan compus din trei straturi având conductivități termice diferite (vezi 4.2.4.2.). Profilul temperaturii se prezintă ca în fig. 4.27.

Sensul transferului termic este dictat de faptul că $T_1 > T_2$.

Fluxul termic transferat prin filmul de fluid (1) are expresia:

$$Q_{s1} = \alpha_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_{p1}) \quad (4.212)$$

Fluxul termic transferat prin peretele solid are expresia:

$$Q_{s2} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A \cdot (T_{p1} - T_{p2}) \quad (4.213)$$

Fluxul termic transferat prin filmul de fluid (2) are expresia:

$$Q_{s3} = \alpha_2 \cdot A \cdot (T_{p2} - T_2) \quad (4.214)$$

Dacă se consideră regimul staționar, fluxul termic este constant în orice secțiune, deci:

$$Q_{s1} = Q_{s2} = Q_{s3} = Q_s \quad (4.215)$$

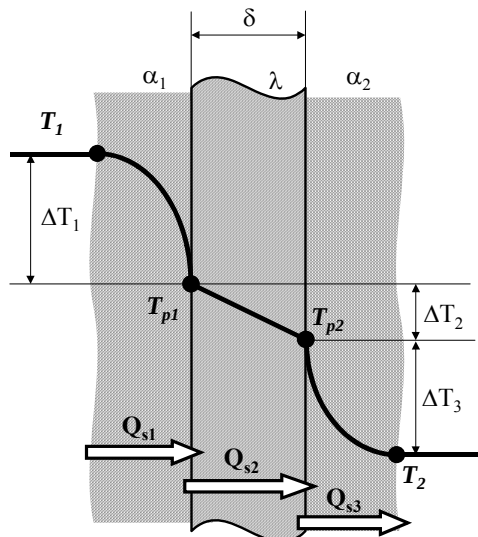


Fig. 4.27. Transfer termic între două fluide separate de un perete plan

Dacă procesul de transfer de căldură decurge la temperaturi nu prea ridicate, transferul de căldură prin radiație se poate neglija, aportul radiației la transferul global fiind practic nul.

Ținând cont de relațiile (4.212) – (4.215), căderile parțiale de temperatură prin filmul (1), prin peretele solid și prin filmul (2) respectiv, se pot scrie:

$$\begin{aligned}\Delta T_1 &= (T_1 - T_{p1}) = Q_s \cdot \frac{1}{\alpha_1 \cdot A} \\ \Delta T_2 &= (T_{p1} - T_{p2}) = Q_s \cdot \frac{\delta}{\lambda \cdot A} \\ \Delta T_3 &= (T_{p2} - T_2) = Q_s \cdot \frac{1}{\alpha_2 \cdot A}\end{aligned}\quad (4.216)$$

Căderea totală de temperatură între cele două fluide se obține însumând membru cu membru ecuațiile (4.216):

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{Q_s}{A} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = \frac{Q_s}{A} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = q \sum_{i=1}^n R_i \quad (4.217)$$

în care prin R_i s-au notat rezistențele termice ale filmului de fluid (1), ale peretelui solid, respectiv ale filmului de fluid (2).

Din (4.217), fluxul termic unitar se poate defini ca raport între potențialul transferului termic și suma rezistențelor termice:

$$q = \frac{\Delta T}{\sum_{i=1}^n R_i} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^m \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (4.218)$$

Fluxul termic va fi dat de expresia:

$$Q_s = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^m \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) = K \cdot A \cdot \Delta T \quad (4.219)$$

În ecuațiile (4.218) – (4.219) s-a considerat că transferul termic între fluide decurge printr-un perete plan compus din m straturi având grosimi și conductivități termice distincte. Pentru transferul termic între două fluide separate prin pereți plani, coeficientul global de transfer de căldură are expresia:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^m \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.220)$$

Pe baza unui raționament similar se poate stabili expresia coeficientului global de transfer de căldură la transferul termic între două fluide separate printr-un perete cilindric (fig. 4.28).

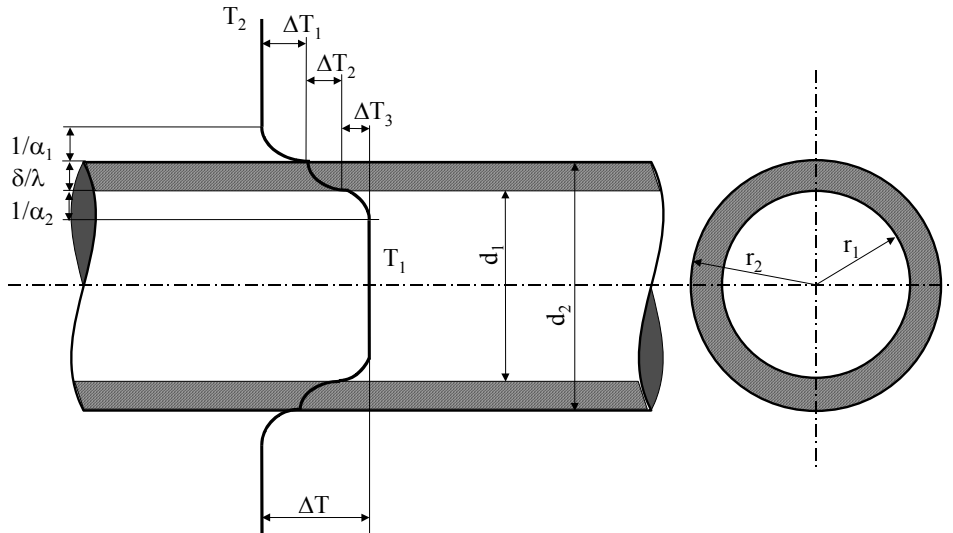


Fig. 4.28. Transfer termic între două fluide separate de un perete cilindric

Fluxul termic unitar (fluxul termic raportat la unitatea de lungime de perete circular, W/m) exprimat ca funcție de diametrele peretelui cilindric are expresia:

$$q = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \pi}{\frac{1}{d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{d_2 \cdot \alpha_2}} \quad (4.221)$$

Dacă peretele cilindric este format din mai multe straturi de grosimi și conductivități diferite, atunci expresia fluxului unitar devine:

$$q = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \pi}{\frac{1}{d_1 \cdot \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{d_{i+1} \cdot \alpha_2}} \quad (4.222)$$

Expresia fluxului termic se scrie:

$$Q = q \cdot l = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \pi \cdot l}{\frac{1}{d_1 \cdot \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{d_{i+1} \cdot \alpha_2}} \quad (4.223)$$

în care l reprezintă lungimea peretelui cilindric.

Expresia coeficientului global de transfer de căldură prin pereți cilindrici neomogeni va fi de forma:

$$K = \frac{\pi}{\frac{1}{d_1 \cdot \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{d_{i+1} \cdot \alpha_2}} \left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \quad (4.224)$$

4.5.1.2. Transfer global de căldură la potențial termic variabil

În foarte puține cazuri practice, potențialul transferului termic, adică diferența dintre temperaturile fluidelor între care se transferă căldura, rămâne constant.

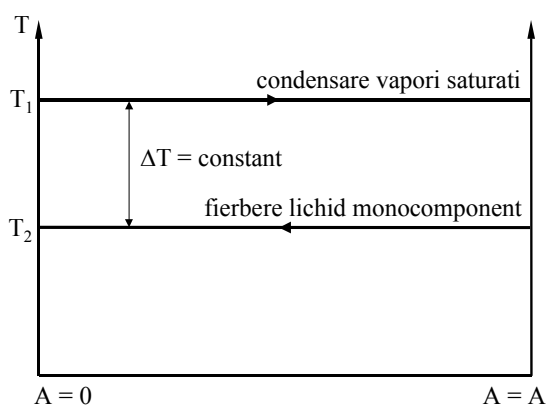


Fig. 4.29. Diagrama termică a unui proces de transfer de căldură la $\Delta T = \text{constant}$

Ca exemplu de transfer termic la potențial constant se poate menționa transferul termic realizat la vaporizarea unui lichid pur, monocomponent, aflat la temperatura de fierbere cu ajutorul căldurii cedate de vapori saturați care condensează. În aceste condiții, ambele fluide sunt implicate în procese de transformare de fază izobar – izoterme, temperaturile celor două fluide rămânând

constante. Lichidul se evaporă pe seama căldurii latente pe care o cedează vaporii saturați care condensează. Diagrama termică a unui astfel de proces este redată în fig. 4.29.

În majoritatea cazurilor întâlnite în practică, potențialul transferului termic nu rămâne constant, el modificându-se, principala cauză a modificării sale fiind însuși transferul de căldură. Datorită acestuia, temperaturile mediilor care schimbă căldură variază. Temperaturile mediilor care schimbă căldură, precum și potențialul transferului de căldură pot fi variabile:

- numai în spațiu: $\partial T / \partial t = 0; \partial T / \partial l \neq 0$;
- numai în timp: $\partial T / \partial t \neq 0; \partial T / \partial l = 0$;
- atât în spațiu cât și în timp: $\partial T / \partial t \neq 0; \partial T / \partial l \neq 0$.

În primul caz **regimul este staționar** (în fiecare punct al sistemului considerat, toți parametrii se mențin constanți în timp, dar variază în spațiu).

De exemplu, într-un schimbător de căldură de tip “țeavă în țeavă” prin care curg două fluide în echicurent (fig. 4.30 a) sau în contracurent (fig. 4.30 b), și care este perfect izolat termic, astfel încât schimbul de căldură cu exteriorul să fie nul, în fiecare punct de-a lungul schimbătorului fluidele au o anumită temperatură, temperatură care se menține constantă atâta timp cât condițiile de curgere nu se modifică. Pe lungimea schimbătorului de căldură însă, temperaturile celor două fluide se modifică drept urmare a transferului termic de la fluidul mai cald către fluidul mai rece: temperatura variază în spațiu.

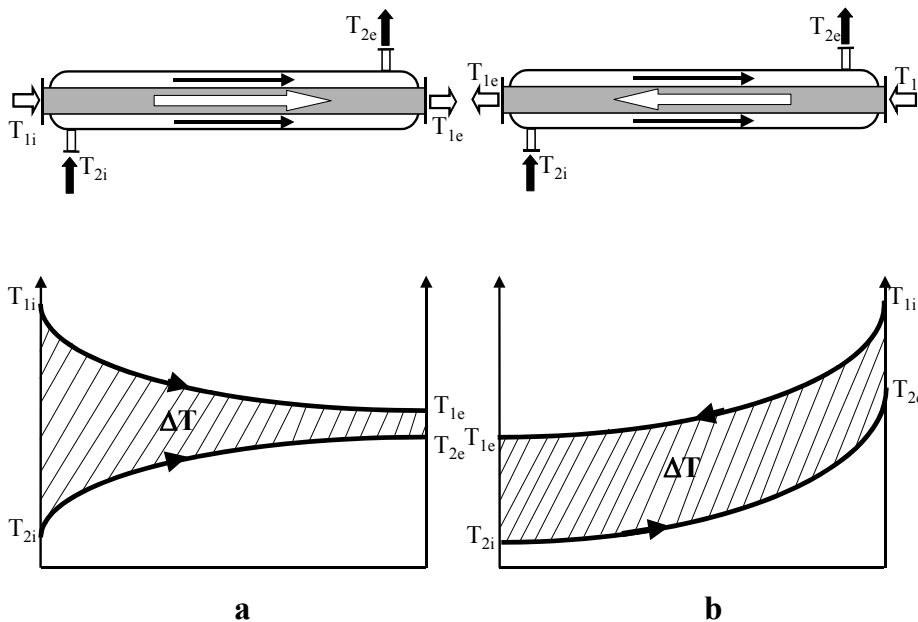


Fig. 4.30. Transfer termic în regim staționar într-un schimbător de căldură tip “țeavă în țeavă”: a – curgere în echicurent; b – curgere în contracurent

În următoarele două cazuri, **regimul este nestaționar**, temperatura fluidelor suferind variații în timp. Este cazul recipientelor cu funcționare discontinuă (în șarje) prevăzute cu agitator și serpentină de încălzire sau de răcire (fig. 4.31 a). Dacă lichidul din recipient este puternic agitat (cazul ideal al “recipientului discontinuu cu amestecare perfectă” – RDAP), în orice moment temperatura lichidului este identică în toate punctele din recipient (fig. 4.31 b). În timp însă, temperatura lichidului din recipient se

modifică, ca urmare a schimbului de căldură cu agentul termic din serpentină (fig. 4.31 c).

Temperatura agentului termic din serpentină se modifică atât pe lungimea serpentinei (fig. 4.31 d), cât și în timp (fig. 4.31 e).

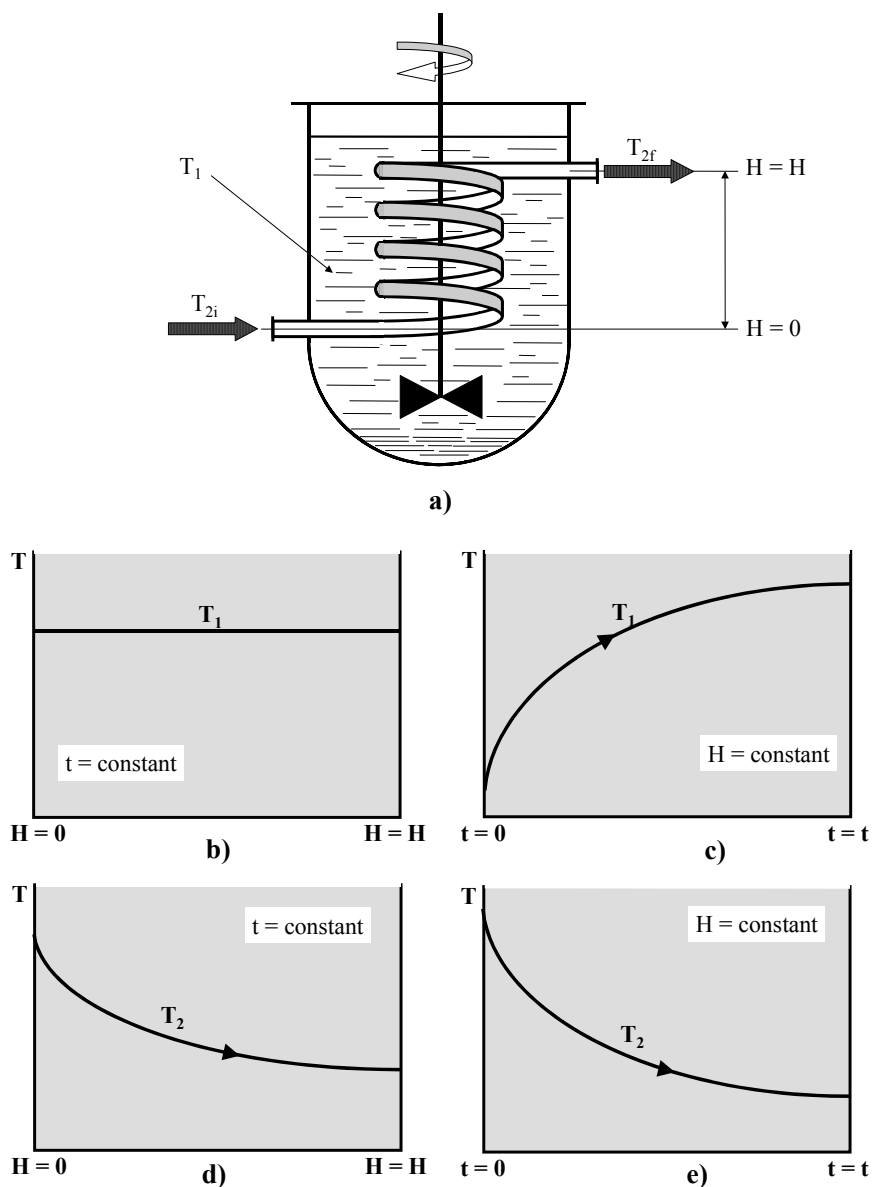


Fig. 4.31. Transfer termic în regim nestaționat într-un recipient cu amestecare perfectă prevăzut cu serpentină de încălzire

4.5.1.2.1. Transfer termic la potențial variabil în regim staționar

În cazul curgerii fluidelor în echicurent (fig. 4.30 a), ambele fluide intră prin același capăt al schimbătorului ($A = 0$), fluidul cald cu temperatura T_{1i} , fluidul rece cu temperatura T_{2i} și ies prin capătul opus al schimbătorului ($A = A$) cu temperaturile T_{1e} , respectiv T_{2e} . Potențialul termic inițial $\Delta T_l = T_{1i} - T_{2i}$ este maxim; de-a lungul schimbătorului el scade continuu, ajungând ca la ieșire să aibă valoarea minimă $\Delta T_2 = T_{1e} - T_{2e}$.

Fluxul termic transferat printr-o porțiune infinitesimală dA din suprafața țevii interioare va fi:

$$dQ_s = K \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA \quad (4.225)$$

Acest flux termic este cedat de către fluidul cald (1), a cărui temperatură se micșorează cu dT_1 , fluidului rece (2), a cărui temperatură crește cu dT_2 . Se pot scrie deci următoarele ecuații parțiale de bilanț termic:

$$dQ_s = -m_{m1} \cdot c_{p1} \cdot dT_1 \quad (4.226)$$

$$dQ_s = +m_{m2} \cdot c_{p2} \cdot dT_2 \quad (4.227)$$

în care m_{m1} și m_{m2} sunt debitele celor două fluide (kg/s), iar c_{p1} și c_{p2} sunt căldurile lor specifice masice ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Semnul “minus” din ecuația (4.226) indică faptul că fluidul (1) cedează căldură. Explicitând dT_1 și dT_2 din ecuațiile (4.226) și (4.227) se obține:

$$dT_1 - dT_2 = -\left(\frac{1}{m_{m1} \cdot c_{p1}} + \frac{1}{m_{m2} \cdot c_{p2}} \right) \cdot dQ_s \quad (4.228)$$

Notând expresia din paranteză cu f , (4.228) se mai poate scrie:

$$dT_1 - dT_2 = d(T_1 - T_2) = -f \cdot dQ_s \quad (4.229)$$

sau:

$$dQ_s = -\frac{d(T_1 - T_2)}{f} \quad (4.230)$$

Egalând (4.225) cu (4.230) rezultă:

$$K \cdot (T_1 - T_2) \cdot dA = -\frac{d(T_1 - T_2)}{f} \quad (4.231)$$

Separând variabilele și integrând (4.231) pe întreaga suprafață de transfer termic, A :

$$\int_{T_{1i}-T_{2i}}^{T_{1e}-T_{2e}} \frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = -f \cdot K \cdot \int_0^A dA \quad (4.232)$$

rezultă:

$$\ln \frac{(T_{1e} - T_{2e})}{(T_{1i} - T_{2i})} = \ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -fKA \quad (4.233)$$

care se mai poate scrie:

$$\Delta T_2 = \Delta T_1 \cdot \exp(-f \cdot K \cdot A) \quad (4.234)$$

Analizând forma ecuației (4.234) se poate constata că potențialul termic la intrare în schimbător (ΔT_1) este egal cu potențialul termic la ieșire din schimbător (ΔT_2) doar dacă $A = 0$, iar potențialul termic la ieșire din schimbător se anulează ($\Delta T_2 = 0$) pentru o arie infinită a suprafeței de transfer termic.

Prin integrarea ecuației (4.230) pe întreaga suprafață de transfer termic, se obține expresia fluxului termic transmis de la fluidul (1) la fluidul (2):

$$Q = -\frac{1}{f} \int_{T_{1i}-T_{2i}}^{T_{1e}-T_{2e}} d(T_1 - T_2) = -\frac{1}{f} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (4.235)$$

Eliminând parametrul f între ecuațiile (4.233) și (4.235), se obține:

$$Q = K \cdot A \cdot \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = K \cdot A \cdot \Delta T_m \quad (4.236)$$

Analizând ecuația (4.236) și comparând-o cu ecuația (4.210), se poate constata că la transmiterea căldurii în regim staționar, la curgerea în echicurent a două fluide despărțite printr-un perete solid, este valabilă ecuația generală a transferului termic la potențial constant, cu condiția înlocuirii diferenței de temperatură ΔT cu media logaritmică a diferențelor de temperatură de la extremitățile schimbătorului de căldură, ΔT_m .

În cazul curgerii fluidelor în contracurent (fig. 4.30 b) rămâne valabil raționamentul efectuat la transferul termic în echicurent, cu observația că, în conformitate cu notațiile din fig. 4.30 b, diferențele de temperatură care intervin în calculul valorii ΔT_m au expresiile:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_{1e} - T_{2i} \\ \Delta T_2 &= T_{1i} - T_{2e} \\ \Delta T_m &= \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \end{aligned} \quad (4.237)$$

Observația 1. Dacă diferențele de temperatură ΔT_1 și ΔT_2 nu diferă prea mult între ele, media logaritmică ΔT_m se poate înlocui cu media aritmetică, $\frac{1}{2}(\Delta T_1 + \Delta T_2)$. Dacă $\Delta T_1/\Delta T_2 < 2$, înlocuirea mediei logaritmice cu media aritmetică introduce erori de sub 4%.

Observația 2. În cazul suprafețelor de transfer de căldură constituite din pereți cilindrici, în locul suprafeței de transfer A se va considera suprafața medie de transfer (A_m), iar coeficientul global de transfer de căldură se va calcula cu relația (4.224).

Observația 3. Dacă unul dintre fluide primește (cedează) căldură latentă (la transferul termic cu schimbarea stării fizice: vaporizare, condensare, topire, cristalizare, etc.), variația temperaturii fluidului respectiv este nulă. În aceste condiții, în expresia parametrului f din (4.228) termenul corespunzător fluidului care-și schimbă starea fizică se anulează.

Observația 4. Se poate întâmpla ca numai pe o porțiune din schimbător să apară schimbul de căldură latentă. De exemplu, dacă fluidul cald este abur supraîncălzit, în prima porțiune a schimbătorului aburul cedează căldura sensibilă de supraîncălzire, până ce devine abur saturat, în a doua porțiune a schimbătorului aburul saturat cedează căldura latentă de condensare, până la condensarea totală, iar în ultima porțiune condensatul cald cedează căldură sensibilă, răcindu-se. În acest caz se împarte schimbătorul în trei porțiuni distincte care se tratează separat.

Observația 5. Dacă variațiile de temperatură ale celor două fluide sunt mari, iar precizia cerută calculelor este ridicată, trebuie luate în considerare atât variația cu temperatura a căldurilor specifice masice (c_p) cât și variația cu temperatura a coeficientului global de transfer de căldură, K . În aceste condiții se “împarte” schimbătorul de căldură în porțiuni pe care variația de temperatură este mică, sau se aplică integrarea grafică sau numerică.

4.5.1.2.2. Transfer termic la potențial variabil în regim nestăționar

Dacă transferul termic decurge în regim nestăționar, câmpul de temperatură variază în timp. Întrucât tratarea analitică a problemelor de transfer termic în regim nestăționar este dificilă, vor fi prezentate doar două exemple simple, ale unor situații frecvent întâlnite în procesele de transfer de căldură industriale.

4.5.1.2.2.1. Variația temperaturilor numai în timp

Se consideră (fig. 4.32 a) un recipient perfect izolat termic față de mediul exterior, împărțit printr-un perete în două compartimente în care se găsesc două fluide, având inițial temperaturi diferite, suficient de bine

agitare pentru a putea considera că în interiorul fiecărui fluid temperatura este uniformă.

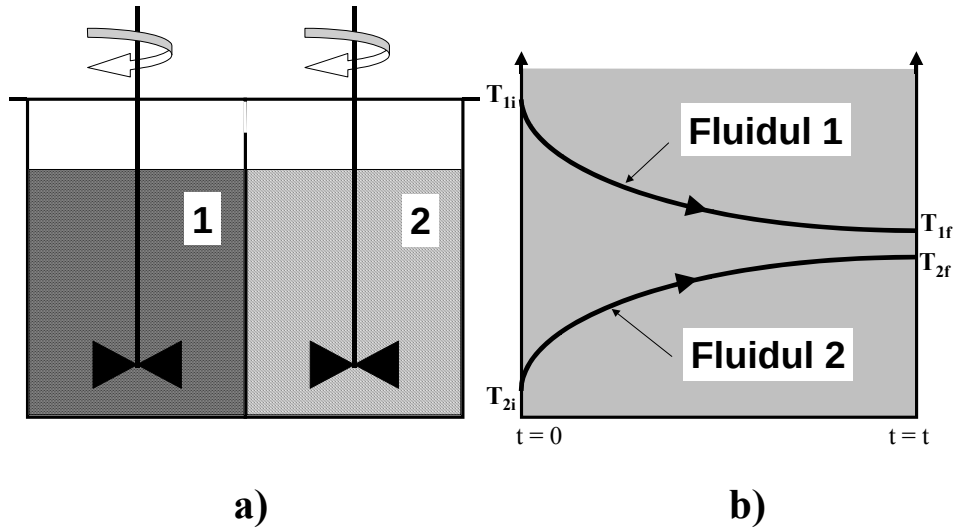


Fig. 4.32. Transfer termic în regim nestaționar, cu variația temperaturii numai în timp

Fluidul (1) are inițial temperatura T_{1i} , iar fluidul (2) are inițial temperatura T_{2i} , cu observația că $T_{1i} > T_{2i}$. În timp, temperaturile celor două fluide variază, tinzând să se apropie una de cealaltă (fig. 4.32 b). La momentul t când fluidele au temperaturile T_1 și T_2 , cantitatea de căldură transferată într-un interval infinitesimal de timp dt este:

$$dQ = K \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \cdot dt \quad (4.238)$$

Cantitatea de căldură dQ este cedată de fluidul cald (1), a cărei temperatură scade cu dT_1 , și este primită de către fluidul rece (2), a cărei temperatură crește cu dT_2 :

$$dQ = -m_1 \cdot c_{p1} \cdot dT_1 \quad (4.239)$$

$$dQ = +m_2 \cdot c_{p2} \cdot dT_2$$

Explicitând dT_1 și dT_2 și scăzând ecuațiile (4.239) membru cu membru, rezultă:

$$dT_1 - dT_2 = d(T_1 - T_2) = -\left(\frac{1}{m_1 \cdot c_{p1}} + \frac{1}{m_2 \cdot c_{p2}}\right) \cdot dQ = -f \cdot dQ \quad (4.240)$$

Eliminând pe dQ între ecuațiile (4.238) și (4.240) se obține:

$$\frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = -f \cdot K \cdot A \cdot dt \quad (4.241)$$

Integrând ecuația (4.241) între momentul inițial ($t = 0$) și un moment oarecare t , se obține:

$$\int_{T_{1i}-T_{2i}}^{T_1-T_2} \frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = -f \cdot K \cdot A \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{T_1 - T_2}{T_{1i} - T_{2i}} = -f \cdot K \cdot A \cdot t \quad (4.242)$$

$$\ln \frac{\Delta T}{\Delta T_i} = -f \cdot K \cdot A \cdot t$$

$$\Delta T = \Delta T_i \cdot \exp(-f \cdot K \cdot A \cdot t)$$

Se verifică faptul că pentru momentul inițial ($t = 0$) $\Delta T = \Delta T_i$ și că după un timp foarte lung ($t \rightarrow \infty$), $\Delta T \rightarrow 0$, adică cele două temperaturi tind să devină egale.

Dacă în ecuația (4.240) se separă variabilele și se integrează între limitele ΔT_i și ΔT :

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{f} \int_{\Delta T_i}^{\Delta T} d(T_1 - T_2) \quad (4.243)$$

se obține:

$$Q = -\frac{1}{f} (\Delta T - \Delta T_i) \quad (4.244)$$

Eliminând parametrul f între ecuațiile (4.242 c) și (4.244) rezultă:

$$Q = K \cdot A \cdot \frac{\Delta T - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T}{\Delta T_i}} \cdot t \quad (4.245)$$

sau:

$$Q = K \cdot A \cdot \Delta T_m \cdot t \quad (4.246)$$

Se poate observa că și în cazul transferului termic în regim nestăionar, cu variația numai în timp a temperaturii, se aplică ecuația generală a transferului termic, cu amendamentul că potențialul termic al transferului este dat de media logaritmică a diferențelor de temperatură la momentul inițial ($t = 0$) și la un moment oarecare, t .

4.5.1.2.2. Variația temperaturilor în timp și în spațiu

Este cazul des întâlnit al lichidului dintr-un recipient prevăzut cu agitator pentru uniformizarea temperaturii, răcit prin intermediul unei serpentine imersate prin care circulă un fluid rece. Se poate considera și cazul unui lichid rece în recipient, care trebuie încălzit prin intermediul fluidului cald care circulă prin serpentină (fig. 4.33).

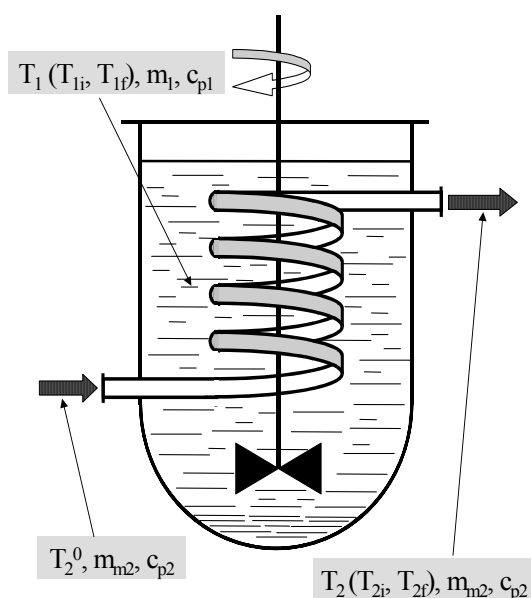


Fig. 4.33. Transfer termic nestăionar cu variația temperaturilor în timp și în spațiu

De obicei se cunosc: temperatura inițială a lichidului cald (1) din recipient (T_{1i}), temperatura fluidului rece (2) la intrarea în serpentină (T_{2i}), precum și caracteristicile geometrice și termice ale sistemului.

Schimbul de căldură cu mediul exterior se neglijează.

Se cere să se calculeze temperatura lichidului din recipient (T_1) și temperatura fluidului rece la ieșirea din serpentină (T_2) la un moment oarecare, precum și cantitatea de fluid de răcire necesară pentru răcirea lichidului din recipient până la temperatura dată. Problema este cunoscută în literatură ca **problema lui Kasatkin**.

Se poate considera că, pentru un interval de timp suficient de mic, dt , transferul de căldură decurge în regim staționar. În acest interval de timp, între cele două fluide se transferă cantitatea de căldură dQ . Cantitatea de căldură cedată de fluidul cald (1) este:

$$dQ = -m_1 \cdot c_{p1} \cdot dT_1 \cdot dt \quad (4.247)$$

Cantitatea de căldură primită de fluidul rece (2) este:

$$dQ = +m_{m2} \cdot c_{p2} \cdot (T_2 - T_2^0) \cdot dt \quad (4.248)$$

Cantitatea de căldură schimbată de cele două fluide se poate scrie:

$$dQ = K \cdot A \cdot \Delta T_m \cdot dt \quad (4.249)$$

unde A reprezintă suprafața de transfer de căldură a serpentinei, K este coeficientul global de transfer termic și ΔT_m potențialul termic mediu.

Explicitând pe ΔT_m din (4.249) se obține:

$$\Delta T_m = \frac{(T_1 - T_2^0) - (T_1 - dT_1 - T_2)}{\ln \frac{(T_1 - T_2^0)}{(T_1 - dT_1 - T_2)}} = \frac{(T_2 - T_2^0)}{\ln \frac{(T_1 - T_2^0)}{(T_1 - T_2)}} \quad (4.250)$$

Eliminând pe $(T_2 - T_2^0)$ între ecuațiile (4.248) - (4.250) rezultă:

$$\ln \frac{(T_1 - T_2^0)}{(T_1 - T_2)} = \frac{K \cdot A}{m_{m2} \cdot c_{p2}} \quad (4.251)$$

Întrucât membrul drept al expresiei (4.251) este funcție doar de constantele aparatului și de condițiile de lucru, valoarea sa rămâne constantă în timpul transferului de căldură. În aceste condiții, se poate introduce constanta B , definită de ecuația:

$$B = \frac{(T_1 - T_2^0)}{(T_1 - T_2)} \quad (4.252)$$

Înlocuind (4.252) în (4.249), rezultă:

$$dQ = K \cdot A \cdot \frac{(T_2 - T_2^0)}{\ln B} \cdot dt \quad (4.253)$$

Prin eliminarea lui T_2 între ultimele două ecuații se ajunge la următoarea expresie:

$$dQ = K \cdot A \cdot (T_1 - T_2^0) \cdot \frac{B - 1}{B \cdot \ln B} \cdot dt \quad (4.254)$$

care integrată între limitele T_{li} (temperatura inițială a fluidului (1)) și T_{lf} (temperatura finală a fluidului (1)) devine:

$$\ln \frac{T_{li} - T_2}{T_{lf} - T_2} = \frac{K \cdot A}{m_1 \cdot c_{p1}} \cdot \frac{B - 1}{B \cdot \ln B} \cdot t \quad (4.255)$$

Căldura transferată din momentul începerii răcirii fluidului (1) până la momentul t se obține integrând ecuația (4.247) între limitele T_{li} și T_{lf} :

$$Q = m_1 \cdot c_{p1} \cdot (T_{li} - T_{lf}) \quad (4.256)$$

Eliminând produsul $m_1 \cdot c_{p1}$ între ultimele două ecuații, rezultă:

$$Q = K \cdot A \cdot \frac{T_{li} - T_{lf}}{\ln \frac{T_{li} - T_2}{T_{lf} - T_2}} \cdot \frac{B - 1}{B \cdot \ln B} \cdot t \quad (4.257)$$

Ecuația (4.257) se mai poate scrie:

$$Q = K \cdot A \cdot \Delta T_m^* \cdot t \quad (4.258)$$

unde prin ΔT_m^* s-a notat expresia:

$$\Delta T_m^* = \frac{T_{1i} - T_{1f}}{\ln \frac{T_{1i} - T_2}{T_{1f} - T_2}} \cdot \frac{B - 1}{B \cdot \ln B} \quad (4.259)$$

al cărei prim factor este media logaritmică dintre $(T_{1i} - T_2)$ și $(T_{1f} - T_2)$, cel de-al doilea factor reprezentând media logaritmică dintre 1 și $1/B$:

$$\frac{B - 1}{B \cdot \ln B} = \frac{1 - 1/B}{\ln \frac{1}{1/B}} \quad (4.260)$$

Prin integrarea ecuației (4.248) între limitele $t = 0$ și $t = t$ se poate calcula debitul necesar de fluid de răcire (2):

$$Q = m_{m2} \cdot c_{p2} \cdot (T_2^m - T_2^0) \quad (4.261)$$
$$m_{m2} = \frac{Q}{c_{p2} \cdot (T_2^m - T_2^0)}$$

Valoarea temperaturii medii a fluidului (2) la ieșirea din serpentină, T_2^m rezultă din ecuația:

$$Q = m_2 \cdot c_{p2} \cdot (T_2^m - T_2^0) \cdot t = K \cdot A \cdot \Delta T_m^* \cdot t \quad (4.262)$$

de unde:

$$T_2^m = \frac{K \cdot A}{m_2 \cdot c_{p2}} \cdot \Delta T_m^* + T_2^0 \quad (4.263)$$

Temperatura agentului termic la ieșirea din serpentină variază între T_{2i} (la începutul procesului) și T_{2f} (la sfârșitul procesului). Aceste valori ale temperaturii se pot calcula din (4.252) în care T_l se înlocuiește cu T_{1i} , respectiv cu T_{1f} :

$$T_{2i} = \frac{(B - 1) \cdot T_{1i} + T_2^0}{B} \quad (4.263)$$
$$T_{2f} = \frac{(B - 1) \cdot T_{1f} + T_2^0}{B}$$

4.5.2. Transfer global de căldură direct între două fluide

Acest tip de transfer termic se întâlnește frecvent în practica industrială. Încălzirea unor fluide prin barbotare de abur, condensarea vaporilor în condensatoarele de amestec, uscarea solidelor pulverulente sau granulare în curent de aer sau gaze de ardere, răcirea apei în turnuri de

răcire, răcirea gazelor în scrubere goale sau cu umplutură, sunt numai câteva exemple de procese în care transferul termic are loc direct, prin amestecarea fluidelor, fără existența unui perete solid pentru separarea acestora. În multe astfel de procese, concomitent cu transferul termic au loc și procese de transfer de masă.

4.5.2.1. Transfer termic direct fără schimbarea stării de agregare

În schimbătoarele de căldură de amestec fără schimbarea stării de agregare, agenții termici pot fi două lichide, două gaze sau un solid (dispersat în particule foarte fine) și un fluid (lichid sau solid).

În cazul transferului termic gaz – gaz sau lichid – lichid în aparate cu sau fără agitare, transferul de căldură are loc foarte rapid, datorită suprafeței foarte mari de contact.

În acest caz este necesar doar calculul temperaturii finale a amestecului, pe baza ecuației generale de bilanț termic:

$$\sum_i m_i \cdot c_{pi} \cdot T_i = T_m \sum_i m_i \cdot c_{pi} \quad (4.264)$$

din care rezultă temperatura finală a amestecului, T_m :

$$T_m = \frac{\sum_i m_i \cdot c_{pi} \cdot T_i}{\sum_i m_i \cdot c_{pi}} \quad (4.265)$$

În cazul unui amestec fluid – solid (fin dispersat), ambele în mișcare continuă, coeficientul global de transfer termic se calculează cu relația:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{d_p}{2\lambda}} \quad (4.266)$$

în care α reprezintă coeficientul individual de transfer termic fluid – solid [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$], λ reprezintă coeficientul de conductivitate termică al particulelor solide [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] iar d_p este diametrul particulelor solide [m] considerate sferice. Coeficientul individual de transfer de căldură α se calculează din ecuații criteriale specifice. Temperaturile de calcul ale mărimilor fizice ce intervin în transferul termic sunt temperatura medie a fluidului (T_{mf}), temperatura medie a particulelor solide (T_{ms}) și temperatura medie a stratului limită (T_{ml}):

$$T_{ml} = \frac{1}{2}(T_{mf} + T_{ms}) \quad (4.268)$$

Suprafața de transfer termic solid – fluid este dată de suprafața totală a particulelor solide:

$$A = \frac{2}{3} \frac{V_s}{d_p} = \frac{2}{3} \frac{m_s}{\rho_s d_p} \quad (4.269)$$

V_s , m_s și ρ_s reprezentând respectiv volumul, masa și densitatea particulelor solide.

4.5.2.2. Transfer termic direct cu schimbarea stării de agregare

Această modalitate de schimb de căldură se întâlnește în aparatele în care interacționează o fază lichidă cu una gazoasă sau de vapori: scrubere (coloane cu stropire), condensatoare de amestec, turnuri de răcire, preîncălzitoare prin amestec cu abur. În coloanele goale (fără umplutură sau amenajări interioare), contactul dintre lichid și gaz (vapori) se produce pe suprafața picăturilor de lichid pulverizat. În cazul coloanelor cu umplutură, contactul lichidului cu gazul (vaporii) are loc pe suprafața udată a corpurilor de umplere.

Suprafața de contact lichid - gaz (lichid - vapori) constituie un factor determinant în transferul de căldură: ea este cu atât mai mare cu cât picăturile pulverizate sunt mai mici. Cu cât diametrul picăturilor este mai redus, se micșorează însă viteza de variație a temperaturii.

Suprafața de transfer de căldură a lichidului pulverizat se exprimă în funcție de volumul de lichid pulverizat (V_l) și de diametrul picăturilor (presupuse a fi sferice) de lichid (d):

$$A = 6 \frac{V_l}{d} \quad [\text{m}^2] \quad (4.270)$$

Diametrul picăturilor, la pulverizarea cu un injector mecanic, este dat de relația:

$$d = \chi \frac{8\sigma}{\rho v^2} \quad [\text{m}] \quad (4.271)$$

în care σ este tensiunea superficială a lichidului [N/m], v este viteza de ieșire a jetului de lichid din injector [m/s], iar χ este un coeficient adimensional care depinde de proprietățile lichidului ($\chi = 0,25$ pentru apă, $\chi = 0,35$ pentru etanol, $\chi = 0,50$ pentru glicerină).

O relație aproximativă pentru calculul diametrului picăturilor este:

$$d \approx \frac{3 \cdot 10^{-4}}{P} \quad [\text{m}] \quad (4.272)$$

unde P este presiunea lichidului la intrarea în injector, exprimată în MPa.

În cazul coloanelor cu umplutură, suprafața de transfer termic se exprimă funcție de suprafața specifică a umpluturii (A_s) și de volumul total al acesteia (V):

$$A = A_s \cdot V \quad [\text{m}^2] \quad (4.273)$$

Coeficientul global de transfer de căldură, K , se determină cu ajutorul relației:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{d}{2\lambda}} \quad (4.274)$$

unde α reprezintă coeficientul de transfer termic superficial în procesele de vaporizare. Pentru valori Re cuprinse între 1 și 200, α se poate calcula din ecuația criterială:

$$Nu = 2 + 1,05 Re^{0,5} Pr^{0,33} Gu^{0,175} \quad (4.275)$$

în care Gu este criteriul **Guchmann**:

$$Gu = \frac{T_{uscat} - T_{umed}}{T_{uscat}} \quad (4.276)$$

unde T_{uscat} și T_{umed} sunt temperaturile aerului înconjurător, citite pe termometrul uscat și respectiv umed.

Criteriile Re și Nu din (4.275) se calculează cu dimensiunea caracteristică egală cu diametrul picăturii. Viteza picăturii în cădere este:

$$v = 162 \sqrt{\frac{d}{\rho g}} \quad [\text{m/s}] \quad (4.277)$$

În cazul răcirii aerului cu apă în scrubere cu umplutură, coeficientul global de transfer termic se determină cu relația lui **Javoronkov**:

$$Ki = 0,17 Re_g^{0,7} \cdot Re_l^{0,7} \cdot Pr_g^{0,33} \cdot \varphi^{1,15} \quad (4.278)$$

în care Ki reprezintă criteriul lui **Kirpicev**, care caracterizează transferul de căldură și de masă între gaz și lichid:

$$Ki = \frac{K \cdot d_{ech}}{\lambda_g} \quad (4.279)$$

Indicii g , l atribuiți criteriilor Re și Pr indică faptul că aceste criterii se calculează pentru faza gazoasă, respectiv pentru faza lichidă:

$$Re_g = \frac{4v_g \cdot \rho_g}{\mu_g \cdot A_s} \quad (4.280)$$

$$Re_l = \frac{L \cdot d_{ech}}{\mu_l \cdot A_s} \quad (4.281)$$

Notațiile din relațiile (4.278) – (4.281) au următoarele semnificații:

φ	- umiditatea relativă a aerului (adimensional);
d_{ech}	- diametrul hidraulic al umpluturii (m): $d_{ech} = 4V'/A_s$;
V'	- volumul liber al umpluturii (m^3/m^3);
A_s	- suprafața specifică a umpluturii (m^2/m^3);
K	- coeficientul global de transfer termic ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$);
λ_g	- coeficientul de conductivitate termică a gazului ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$);
v_g	- viteza fictivă a gazului la intrarea în umplătură (m/s);
η_g	- viscozitatea dinamică a gazului (Pa.s);
ρ_g	- densitatea gazului (kg/m^3);
η_l	- viscozitatea dinamică a lichidului (Pa.s);
L	- intensitatea de stropire ($kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$).

Ecuția criterială (4.278) a fost determinată experimental și este valabilă pentru o densitate de stropire de $3,5 - 10 m^3 \cdot m^{-2} \cdot h$.

În cazul răcirii apei cu aer în turnuri de răcire, coeficientul global de transfer între apă și aer se determină din ecuații criteriale deduse din date experimentale.

În cazul turnurilor peliculare (în care apa curge sub forma unui film continuu), **Nesterenko** și **Guchmann** propun ecuația criterială:

$$Nu = \frac{K \cdot l}{\lambda} = 2 + 1,05 Re^{0,50} Pr^{0,33} Gu^{0,175} \quad (4.282)$$

valabilă pentru $0 < Re < 200$. Proprietățile fizice care intervin în ecuație se iau pentru apă, iar lungimea caracteristică l este grosimea peliculei de apă.

În cazul turnurilor cu picurare (în care apa este pulverizată sub formă de picături), **Ranz** și **Marshall** propun ecuația:

$$Nu = \frac{K \cdot l}{\lambda} = 2 + 0,6 Re^{0,50} Pr^{0,33} \quad (4.283)$$

valabilă tot în intervalul $0 < Re < 200$, în care lungimea caracteristică l este diametrul mediu al picăturilor de apă iar v (din criteriul Re) este viteza relativă a acestora.

Analizând cele două ecuații, se poate stabili că:

- în cazul stropirii apei sub formă de picături se obțin valori mai mari ale coeficientului K decât în cazul curgerii peliculare pe suprafețe plane, explicabil prin aceea că, în cazul picăturilor, grosimea stratului limită hidrodinamic este mai mică;
- cu cât picăturile sunt mai mici, cu atât valorile coeficientului K sunt mai mari;
- viteza relativă a aerului influențează mai puțin valorile coeficientului K în cazul picăturilor decât în cazul curgerii peliculare.

În cazul evaporării la suprafața unui lichid în curent turbulent de gaz în curgere forțată, coeficientul de evaporare (viteza de evaporare) se poate calcula din relația:

$$Nu_g^* = 0,027 Re_g^{0,8} (Pr_g^*)^{0,33} \quad (4.284)$$

unde:

$$Nu_g^* = \frac{\beta \cdot d}{D_g} \quad \text{- criteriul Nusselt la difuziune pentru gaz} \quad (4.285)$$

$$Pr_g^* = \frac{\nu_g}{D_g} \quad \text{- criteriul Prandtl la difuziune pentru gaz} \quad (4.286)$$

β - coeficientul de evaporare (m/s);
 D_g - coeficientul de difuziune (m²/s);
 ν_g - viscozitatea cinematică a gazului (m²/s).

În cazul răcirii apei, prin curgere peliculară printre canale prin care trece aer ($Pr_g^* = 0,63$), se poate utiliza relația simplificată:

$$Nu_g^* = 0,019 Re_g^{0,83} \quad (4.287)$$

Pentru apa aflată în contact cu aerul în repaus, viteza de evaporare se poate determina din relația:

$$\beta^* = 170 + 0,09(t_1 - t_2)(P_s - P) \quad (4.288)$$

în care:

β^* - viteza de evaporare (g.m⁻².h⁻¹);
 t_1 - temperatura inițială (de intrare) a apei (°C);
 t_2 - temperatura finală (de ieșire) a apei (°C);
 P_s - presiunea de vapori a apei la temperatura medie t_m (mm Hg);
 P - presiunea parțială a vaporilor de apă în aer (mm Hg);
 t_m - $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ temperatura medie a apei (°C).

4.5.3. Valori orientative ale coeficientului global de transfer termic

Câteva valori ale coeficientului global de transfer termic (K) pentru o serie de procese termice uzuale sunt redată în tab. 4.14. Valorile prezentate sunt pur orientative și nu pot fi utilizate pentru proiectarea aparaturii de schimb de căldură. Ele au un caracter informativ și pot servi la evaluarea rapidă și aproximativă a posibilităților de realizare a transferului termic într-un aparat dat. În tab. 4.15 sunt prezentate alte valori orientative pentru K , evidențiindu-se și tipul aparatului în care are loc transferul de căldură.

FENOMENE DE TRANSFER

Tab. 4.14. Valori orientative ale coeficientului global de transfer termic K ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$) pentru transferul global de căldură între două fluide prin intermediul unui perete despărțitor

Fluidele între care decurge transferul de căldură:	Valoarea coeficientului global de transfer K în:	
	curgere forțată	curgere liberă
Gaz – gaz (la presiuni obișnuite)	10 – 40	4 – 12
Gaz – lichid (răcitoare de gaz)	10 – 60	6 – 20
Vapori în condensare – gaz (încălzitoare de aer)	10 – 60	6 – 12
Lichid – lichid (apă)	800 – 1700	140 – 340
Lichid – lichid (hidrocarburi, uleiuri)	120 – 270	30 – 60
Vapori în condensare – apă (condensatoare, încălzitoare)	800 – 3500	300 – 1200
Vapori în condensare – lichide organice (încălzitoare)	120 – 340	60 – 170
Vapori de substanțe organice în condensare – apă (condensatoare)	300 – 800	230 – 460
Vapori în condensare – lichide în fierbere (evaporatoare)	-	300 – 2500

Tab. 4.15. Coeficientul global de transfer termic K ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$) în diverse aparate în care au loc procese termice

Fluid 1	Fluid 2	Condiții	Valoare K	Aparate
Gaz	Gaz		3,5 - 12	Schimbătoare de căldură tubulare Supraîncălzitoare de abur
			12 - 35	Schimbătoare de căldură cu țevi coaxiale
	Lichid în fierbere	Fluid 1: gaze de ardere	5,8 – 58	Cazane de abur
	Vapori în condensare	Fluid 1 în convecție liberă	5,8 – 58	Radiatoare cu abur Conducte de abur (cu aer)
		Fluid 1 în convecție forțată	12 - 58	Încălzire cu aer Radiatoare cu aripioare
Lichid	Gaz	Aer la presiune normală în convecție liberă	5,8 - 23	Radiatoare cu apă caldă Răcitoare cu aer
		Aer la presiune normală în convecție forțată	12 – 58	Răcitoare Economizoare Cuptoare tubulare

TRANSFERUL DE CĂLDURĂ

Fluid 1	Fluid 2	Condiții	Valoare K	Aparate
Lichid	Gaz	Aer la 30 MPa în convecție forțată	58 – 580	Schimbătoare de căldură cu țevi coaxiale Răcitoare în cascadă
	Lichid	Lichide viscoase, curgere laminară, convecție liberă	58 – 290	Răcitoare cu ulei Serpentine Răcitoare cu manta sau cu serpentină și agitator
		Apă, în curgere turbulentă	290 – 930	Schimbătoare de căldură tubulare Răcitoare în cascadă Răcitoare cu manta sau cu serpentine, cu agitator
		Lichid în straturi subțiri, viteze mari	930 – 2330	Schimbătoare de căldură cu țevi coaxiale Schimbătoare de căldură spirale
	Lichide în fierbere	Lichide viscoase în fierbere	27 – 350	Răcitoare cu ulei
		Amoniac în fierbere	120 – 810	Răcitoare cu saramură Vaporizatoarele frigiferelor
	Vapori în condensare	Lichide viscoase	58 – 350	Încălzitoare cu ulei
		Vaporii lichidelor organice, apă	230 – 810	Condensatoare pentru vaporii lichidelor organice Aparate cu difenil
		Abur – lichide organice	580 – 2330	Condensatoare tubulare Condensatoare în cascadă Răcitoare cu manta sau cu serpentină, cu agitator
		Abur – apă	2330 – 4070	Condensatoare tubulare
Vapori în condensare	Lichid în fierbere	Lichide viscoase, convecție liberă	350 – 700	Evaporatoare Răcitoare cu manta sau cu serpentină, fără agitator
		Lichide cu viscozitate mică, convecție liberă	580 – 1160	
		Lichide cu viscozitate mică, convecție forțată	1160 – 3500	Răcitoare cu manta sau cu serpentină, cu agitator

4.5.4. Analiza coeficientului global de transfer termic

În marea majoritate a calculelor termice, coeficienții individuali de transfer de căldură, α , servesc la calculul coeficientului global de transfer termic, K , acesta utilizându-se ulterior fie la determinarea fluxului termic transferat, fie la calculul suprafeței necesare de transfer de căldură, pe baza ecuației (4.210).

În cazul transferului termic între două fluide separate printr-un perete plan simplu, fără depuneri, expresia coeficientului global de transfer termic este:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (4.289)$$

Rezistența termică la transfer (R) este dată de expresia:

$$R = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_1 + R_p + R_2 \quad (4.290)$$

ea fiind egală cu suma rezistențelor termice parțiale de-a lungul întregului proces de transfer. Datorită acestui fapt, rezistența totală R este mai mare decât oricare dintre rezistențele parțiale, coeficientul global de transfer K fiind mai mic decât oricare dintre coeficienții individuali de transfer termic:

$$K < \alpha_1; \quad K < \lambda / \delta; \quad K < \alpha_2; \quad \text{deci: } K < \alpha_{\min} \quad (4.291)$$

Valoarea coeficientului global de transfer termic fiind limitată de valoarea celui mai mic coeficient individual de transfer termic, rezultă că pentru intensificarea unui proces de transfer termic este necesară mărirea valorii lui $\alpha_{\min}$ (prin modificarea condițiilor și a factorilor hidrodinamici).

Rezistența termică parțială este maximă pentru partea în care procesul de transfer de căldură este influențat de coeficientul $\alpha_{\min}$, adică:

$$R_{\max} = \frac{1}{\alpha_{\min}} \quad (4.292)$$

În cazul în care coeficienții individuali de transfer au valori mult diferite, coeficientul global K este foarte apropiat ca valoare de coeficientul individual de transfer cel mai mic, caz în care rezistența termică totală este practic egală cu rezistența termică parțială maximă ($R \approx R_{\max}$).

Din exemplele care urmează, se poate deduce importanța pe care o prezintă rezistențele termice parțiale asupra eficienței transferului termic global.

Exemplul 1.

Să se determine coeficientul global de transfer termic pentru un cazan cu abur. Transmiterea căldurii se efectuează de la gaze de ardere fierbinți ($\alpha_1 = 7 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) la apă în fierbere ($\alpha_2 = 2300 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) prin peretele de oțel al cazanului ($\delta = 0,020 \text{ m}$; $\lambda = 46,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

Coeficientul global de transfer K va fi, conform ecuației (4.289):

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{0,02}{46,5} + \frac{1}{2300}} = \frac{1}{0,1429 + 0,0004 + 0,0004} = \frac{1}{0,1437} = 6,96 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Se poate observa că practic $K \approx \alpha_1$. Micșorarea rezistențelor termice ale peretelui de oțel sau ale filmului de apă în fierbere nu modifică practic valoarea lui K .

Dacă, de exemplu, se înlocuiește peretele din oțel cu un perete din aluminiu ($\lambda = 203,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) de aceeași grosime, coeficientul global K va avea valoarea:

$$K = \frac{1}{0,1429 + 0,000098 + 0,0004} = \frac{1}{0,1434} = 6,97 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Dacă se mărește valoarea coeficientului individual de transfer al apei de la $2300 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ la valoarea maximă de $14000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, coeficientul global K va fi:

$$K = \frac{1}{0,1429 + 0,000098 + 0,00007} = \frac{1}{0,1431} = 6,99 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Dacă însă se mărește valoarea lui α_1 de la 7 la $70 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ (o mărire de 10 ori), coeficientul global K va fi:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{0,02}{46,5} + \frac{1}{2300}} = \frac{1}{0,0143 + 0,0004 + 0,0004} = \frac{1}{0,0151} = 66,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

creșterea sa fiind de aproximativ 950 %.

Având în vedere rezultatele calculelor de mai sus, se poate concluziona că o îmbunătățire a transferului termic se poate realiza numai prin măsuri care să conducă la creșterea coeficientului individual de transfer de partea gazelor de ardere fierbinți (mărirea vitezei, presiunii sau turbulenței acestora). În plus, la calculul coeficientului global de transfer K se va da o atenție deosebită exactității calculului coeficientului individual α_1 , mărimile α_2 și δ/λ putându-se evalua doar aproximativ, sau chiar neglija. Prin neglijarea lor ($K = \alpha_1$), eroarea introdusă la calculul coeficientului global de transfer K este de maximum +5 %.

Exemplul 2.

Să se calculeze coeficientul global de transfer de căldură pentru un evaporator din industria zahărului.

Transferul de căldură are loc de la vaporii de apă în condensare (abur având $\alpha_1 = 10000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) către soluția de zahăr aflată în fierbere (având $\alpha_2 = 5000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$), prin pereții țevelor metalice ale vaporizatorului (având $\delta = 0,01 \text{ m}$ și $\lambda = 46,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

Coeficientul global de transfer K va fi, conform ecuației (4.289):

$$K = \frac{1}{\frac{1}{10^4} + \frac{0,01}{46,5} + \frac{1}{5 \cdot 10^3}} = \frac{1}{0,0001 + 0,0002 + 0,0002} = \frac{1}{0,0005} = 2000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Se poate observa că toți termenii de la numitorul fracției sunt de același ordin de mărime. Ca urmare, toate cele trei obstacole termice influențează în aceeași măsură valoarea coeficientului global de transfer K . Din această cauză, micșorarea oricăreia dintre rezistențele termice va duce la îmbunătățirea performanțelor termice ale evaporatorului.

Astfel, înlocuirea țevelor din oțel cu țevi din cupru (având $\delta = 0,005 \text{ m}$ și $\lambda = 384 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), va conduce la obținerea unui coeficient global de transfer K de:

$$K = \frac{1}{1 \cdot 10^{-4} + 1,3 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{3,1 \cdot 10^{-4}} = 3194 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

valoare cu peste 150% mai mare decât valoarea inițială.

Prin creșterea turbulenței soluției de zahăr în fierbere și prin mărirea presiunii și vitezei aburului de încălzire se pot atinge valori ale coeficienților individuali de transfer $\alpha_2 = 10000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ și $\alpha_1 = 15000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. În aceste condiții coeficientul global de transfer crește cu peste 400% față de valoarea inițială:

$$K = \frac{1}{0,67 \cdot 10^{-5} + 1,3 \cdot 10^{-5} + 1 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{1,197 \cdot 10^{-4}} = 8354 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Exemplul 3.

Să se determine coeficientul global de transfer termic al condensatorului unei turbine de abur. Care ar fi materialul de construcție optim pentru țevele condensatorului, în condițiile în care condensatorul cu țevi din alamă este cu 10% mai scump decât cel cu țevi din oțel inoxidabil.

Vaporii de apă condensează ($\alpha_1 = 8000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) în spațiul intertubular al condensatorului, ale cărui țevi (având grosimea $\delta = 0,002 \text{ m}$) pot fi confecționate din alamă ($\lambda = 93 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) sau din oțel inoxidabil (având $\lambda = 17,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). Prin țevele condensatorului circulă apă de răcire

recirculată (având $\alpha_2 = 2000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$). După un timp de exploatare, în interiorul țevelor apar depuneri de crustă datorită sărurilor dizolvate în apa de răcire (crustă având $\delta = 2 \text{ mm}$ și $\lambda = 1,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

La momentul inițial (când încă nu există depuneri de crustă în țevile condensatorului), coeficientul global de transfer termic al condensatorului cu țevi din alamă este:

$$K = \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-4} + 0,215 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{6,465 \cdot 10^{-4}} = 1547 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

iar cel al condensatorului cu țevi din oțel inoxidabil este:

$$K = \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-4} + 1,14 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{7,39 \cdot 10^{-4}} = 1353 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

În absența depunerilor în țevi, eficiența termică a condensatorului cu țevi din alamă va fi:

$$E(\%) = \frac{K_{alama} - K_{otel}}{K_{alama}} \cdot 100 = \frac{1547 - 1353}{1547} \cdot 100 = 12,5\%$$

deci cu aproape 13% mai ridicată decât a condensatorului cu țevi din oțel inoxidabil. S-ar justifica astfel investiția în condensatorul cu țevi din alamă, cu 10% mai scump decât cel cu țevi din oțel inoxidabil.

După ce în țevile condensatorului au apărut depunerile, coeficientul global de transfer se modifică, dat fiind faptul că apare o rezistență termică suplimentară, aceea a depunerilor.

În cazul țevelor din alamă K va avea valoarea:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{8000} + \frac{0,002}{93} + \frac{0,002}{1,1} + \frac{1}{2000}} = \frac{1}{24,665 \cdot 10^{-4}} = 405 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

În cazul țevelor din oțel inoxidabil K va avea valoarea:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{8000} + \frac{0,002}{17,5} + \frac{0,002}{1,1} + \frac{1}{2000}} = \frac{1}{25,59 \cdot 10^{-4}} = 391 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Eficiența condensatorului cu țevi din alamă va fi în acest caz:

$$E(\%) = \frac{K_{alama} - K_{otel}}{K_{alama}} \cdot 100 = \frac{405 - 391}{405} \cdot 100 = 3,46\%$$

În aceste condiții, coeficientul global de transfer este mai redus în condensatorul cu țevi din oțel inoxidabil cu numai 3,5% decât în condensatorul cu țevi din alamă, astfel încât investiția în condensatorul mai scump nu se mai justifică.

4.6. BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE

1. Bratu, A.E., **Operații unitare în ingineria chimică**, vol. II, Ed. Tehnică, București, 1984;
2. Carabogdan, I.Gh., ș.a., **Instalații termice industriale**, Ed. Tehnică, București, 1978;
3. Coulson, J.M. și Richardson, J.F., **Chemical Engineering**, vol. I, Pergamon Press, Oxford, 1993;
4. Floarea, O., ș.a., **Operații și utilaje în industria chimică – probleme**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1980;
5. Leca, A., **Ridicarea eficienței aparatelor schimbătoare de căldură**, Ed. Tehnică, București, 1978;
6. Pavlov, K.F., Romankov, P.G. și Noskov, A.A., **Procese și aparate în ingineria chimică – exerciții și probleme**, Ed. Tehnică, București, 1981;
7. Popa, B. și Carabogdan, I.Gh. (coord.), **Manualul inginerului termotehnician**, vol. I – III, Ed. Tehnică, București, 1986;
8. Popa, B., Theil, H. Și Mădărașan, T., **Schimbătoare de căldură industriale**, Ed. Tehnică, București, 1977;
9. Răsenescu, I., **Operații și utilaje în industria alimentară**, vol. II, Ed. Tehnică, București, 1972;
10. Roman, R.V. și Gavrilescu, M., **Fenomene de transfer în bioprocese**, Ed. Dosoftei, Iași, 1997;
11. Ștefănescu, D., Marinescu, M. și Dănescu, Al. (coord.), **Transferul de căldură în tehnică – culegere de probleme**, vol. I – II, Ed. Tehnică, București, 1982;
12. Tudose, R.Z., ș.a., **Procese, operații și utilaje în industria chimică**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1977;

5. TRANSFERUL DE MASĂ

În multe dintre industriile de proces, inclusiv în ramurile industriei alimentare, în urma unor transformări fizice sau chimice rezultă amestecuri de substanțe gazoase, lichide sau solide, mono- sau polifazice. Aceste amestecuri, în majoritatea cazurilor trebuie separate în componente. Uneori este suficientă doar corectarea concentrației unui anumit component din amestec. În cazul amestecurilor eterogene, separarea fazelor se poate realiza prin procedee mecanice sau fizice: sedimentare, filtrare, centrifugare, etc. Separarea amestecurilor omogene necesită însă utilizarea unui fenomen fizic care stă la baza deplasării unui component prin interiorul unei faze și a trecerii sale dintr-o fază în alta. Acest fenomen fizic poartă denumirea de **difuziune**.

Noțiunea de **transfer de masă** denumește deplasarea unui component al unui amestec dintr-o zonă în care concentrația sa este ridicată, într-o altă zonă în care concentrația sa este mai scăzută. Fenomenul fizic care stă la baza transferului de masă este tocmai fenomenul de difuziune.

Transferul de masă este acea parte a fenomenelor de transfer care se ocupă cu fenomenele și legile de separare ale amestecurilor omogene prin difuziune. Operațiile care utilizează difuziunea poartă denumirea de **operații de transfer de masă** sau **operații difuzionale**. Printre acestea pot fi enumerate: absorbția, adsorbția, cristalizarea, distilarea, extracția, rectificarea, uscarea.

5.1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

5.1.1. Exprimarea compoziției fazelor

În transferul de masă se folosesc două modalități principale de exprimare a compoziției fazelor:

- sub formă de fracții (molare, de masă, volumice);
- sub formă de rapoarte (molare, de masă, volumice).

Prin înmulțirea fracțiilor cu 100 se obține compoziția procentuală (molară, de masă, volumică).

În cazul unui amestec omogen (soluțiile fiind evident amestecuri omogene), **fracția molară** a unui component oarecare se definește ca fiind raportul dintre numărul de moli ai componentului (n_i) și numărul total de moli din sistem (n_T). Pentru un sistem format din z componente, fracția molară a unui component oarecare i va fi:

$$x_i = \frac{n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_z} = \frac{n_i}{n_T} \left[\frac{\text{kmoli de component } i}{\text{kmoli amestec}} \right] \quad (5.1)$$

Fracția masică a unui component se definește ca fiind raportul dintre masa de component i din amestec (m_i) și masa totală a amestecului (m_T):

$$\bar{x}_i = \frac{m_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_z} = \frac{m_i}{m_T} \left[\frac{\text{kg de component } i}{\text{kg amestec}} \right] \quad (5.2)$$

Fracția volumică se definește ca fiind raportul dintre volumul unui component oarecare i din amestec (V_i) și volumul total (V_T) al amestecului:

$$y_i = \frac{V_i}{V_1 + V_2 + \dots + V_z} = \frac{V_i}{V_T} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ de component } i}{\text{m}^3 \text{ amestec}} \right] \quad (5.3)$$

Pentru vapori și gaze, compoziția se poate exprima și prin presiunile parțiale ale componentelor, calculate din legea lui Dalton:

$$p_i = y_i \cdot P_T \quad (5.4)$$

În cazul gazelor și vaporilor, fracțiile (procentele) molare sunt numeric egale cu fracțiile (procentele) de volum. Egalitatea nu este valabilă însă în cazul lichidelor și solidelor.

Ținând cont de ecuațiile de definiție ale fracțiilor (molare, masice, volumice), se poate demonstra ușor că suma fracțiilor tuturor componentelor din sistem este egală cu unitatea:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^z x_i &= \frac{n_1}{n_T} + \dots + \frac{n_i}{n_T} + \dots + \frac{n_z}{n_T} = \frac{n_1 + \dots + n_i + \dots + n_z}{n_T} = \frac{n_T}{n_T} = 1 \\ \sum_{i=1}^z \bar{x}_i &= \frac{m_1}{m_T} + \dots + \frac{m_i}{m_T} + \dots + \frac{m_z}{m_T} = \frac{m_1 + \dots + m_i + \dots + m_z}{m_T} = \frac{m_T}{m_T} = 1 \\ \sum_{i=1}^z y_i &= \frac{V_1}{V_T} + \dots + \frac{V_i}{V_T} + \dots + \frac{V_z}{V_T} = \frac{V_1 + \dots + V_i + \dots + V_z}{V_T} = \frac{V_T}{V_T} = 1 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Raportul molar reprezintă raportul dintre numărul de moli a doi componenți dintr-un amestec. Astfel, pentru un amestec cu z componenți,

concentrația unui component oarecare i se poate exprima în raport cu oricare dintre ceilalți $(z - 1)$ componenți:

$$\begin{aligned} X_{i,1} &= \frac{n_i}{n_1} \left[\frac{\text{kmoli de component } i}{\text{kmoli de component } 1} \right] \\ X_{i,2} &= \frac{n_i}{n_2} \left[\frac{\text{kmoli de component } i}{\text{kmoli de component } 2} \right] \\ &\vdots \\ X_{i,z} &= \frac{n_i}{n_z} \left[\frac{\text{kmoli de component } i}{\text{kmoli de component } z} \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

Acest mod de exprimare a concentrației se utilizează frecvent în calculul operațiilor de extracție.

Raportul masic reprezintă raportul dintre masele a doi componenți dintr-un amestec. Astfel, pentru un amestec cu z componenți, se pot scrie următoarele rapoarte masice pentru un component oarecare i în raport cu oricare dintre ceilalți $(z - 1)$ componenți:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{i,1} &= \frac{m_i}{m_1} \left[\frac{\text{kg de component } i}{\text{kg de component } 1} \right] \\ \bar{X}_{i,2} &= \frac{m_i}{m_2} \left[\frac{\text{kg de component } i}{\text{kg de component } 2} \right] \\ &\vdots \\ \bar{X}_{i,z} &= \frac{m_i}{m_z} \left[\frac{\text{kg de component } i}{\text{kg de component } z} \right] \end{aligned} \quad (5.7)$$

Exprimarea compoziției prin rapoarte masice este caracteristică proceselor de cristalizare din soluții binare de săruri în apă sau alți dizolvanți.

Exprimarea concentrației sub formă de **rapoarte volumice** este asemănătoare cu aceea a rapoartelor molare sau masice. Fie $V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_z$ volumele componentilor $1, 2, \dots, i, \dots, z$ aflați în amestec. Concentrațiile componentului i sub formă de rapoarte volumice se scriu:

$$\begin{aligned}
 Y_{i,1} &= \frac{V_i}{V_1} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ de component } i}{\text{m}^3 \text{ de component 1}} \right] \\
 Y_{i,2} &= \frac{V_i}{V_2} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ de component } i}{\text{m}^3 \text{ de component 2}} \right] \\
 &\vdots \\
 Y_{i,z} &= \frac{V_i}{V_z} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ de component } i}{\text{m}^3 \text{ de component } z} \right]
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Ținând cont de relațiile de definiție ale fracțiilor și rapoartelor, trecerea de la fracții la rapoarte și invers se face cu relații de forma:

$$\begin{aligned}
 x_i &= \frac{X_i}{1 + X_i}; \quad \bar{x}_i = \frac{\bar{X}_i}{1 + \bar{X}_i}; \quad y_i = \frac{Y_i}{1 + Y_i} \\
 X_i &= \frac{x_i}{1 - x_i}; \quad \bar{X}_i = \frac{\bar{x}_i}{1 - \bar{x}_i}; \quad Y_i = \frac{y_i}{1 - y_i}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

În practică se mai utilizează exprimarea concentrației prin masa sau numărul de moli dintr-un component din unitatea de volum (kg/m^3 , respectiv kmol/m^3). Deseori se utilizează litrul ca unitate de volum, concentrațiile exprimându-se în kg/l (g/l) sau kmol/l (mol/l). Concentrațiile soluțiilor utilizate în analiza chimică se pot exprima și sub forma titrului, adică în g/ml . Uneori concentrația soluțiilor (solubilitatea) se exprimă în grame de solut (substanță dizolvată) la 100 g solvent (dizolvant).

5.1.2. Echilibrul între faze

Faza reprezintă o porțiune dintr-un sistem, omogenă din punct de vedere fizic, separată de celelalte părți ale sistemului printr-o **interfață**. De exemplu, două lichide nemiscibile, cum ar fi apa și uleiul, introduse într-un recipient, se așează sub acțiunea forțelor gravitaționale în două straturi distincte. Lichidul mai dens (apa) ocupă partea inferioară a recipientului, iar lichidul mai puțin dens (uleiul) partea superioară. Fiecare dintre aceste lichide constituie câte o fază, iar suprafața de separație dintre ele constituie interfața. Comportări similare prezintă și alte sisteme bifazice (lichid – gaz, gaz – solid, lichid – solid) sau polifazice (gaz – lichid – solid, gaz – lichid 1 – lichid 2, solid – lichid 1 – lichid 2, etc.).

În cazul unui sistem aflat în mișcare, fazele se amestecă între ele (de ex: uscare în strat fluidizat, extracție lichid – lichid, cristalizare), dar îndată ce mișcarea încetează, are loc procesul de separare a fazelor (excepție fac sistemele eterogene stabile, cum ar fi, de exemplu, emulsiile).

Fazele unui sistem se pot afla la echilibru sau în afara condițiilor de echilibru. Dacă fazele se află la echilibru, viteza globală a transferului de masă interfazic este nulă: fluxul de component A care se transferă din faza **1** în faza **2** este egal cu fluxul de component A care se transferă din faza **2** în faza **1**. Pentru ca transferul de masă să aibă loc cu o viteză nenulă, fazele sistemului trebuie să se afle departe de echilibru. Cu cât valorile parametrilor de operare sunt mai diferite decât valorile corespunzătoare echilibrului, cu atât potențialul transferului (forța motoare) este mai mare. Când potențialul se micșorează, viteza transferului scade, iar la valoarea nulă a potențialului transferul încetează, fazele ajungând la echilibru.

Cunoașterea condițiilor de echilibru de fază și a condițiilor de operare permite aprecierea vitezei procesului și a gradului de separare al componentelor, mărimi care condiționează în cele din urmă dimensiunile echipamentelor de transfer de masă. O diferență mare între parametrii de operare și cei de echilibru conduce la aparate de volum redus, în timp ce o diferență mică între valorile parametrilor de operare, respectiv echilibru, conduce la aparate de dimensiuni mari, mult mai costisitoare.

Mărimile care definesc echilibrul de faze, sunt corelate matematic de către **legile de echilibru**. Aceste legi pot avea caracter calitativ (corelarea arată numai condițiile care trebuie îndeplinite de un sistem pentru ca fazele lui să coexiste la echilibru) sau cantitativ (corelarea implică mărimi care caracterizează compoziția sistemului).

5.1.2.1. Legea fazelor a lui Gibbs

Între fazele unui sistem format din n componenți se stabilește un echilibru termodinamic. Starea sistemului la echilibru este caracterizată prin valoarea parametrilor de stare (presiune, temperatură) și prin compoziția fiecărei faze.

Numărul gradelor de libertate ale sistemului (L), adică numărul parametrilor care pot fi modificați fără a perturba starea de echilibru a sistemului, se poate determina din legea lui **Gibbs**. Această lege este o lege calitativă, în forma sa cea mai simplă scriindu-se:

$$F + L = C + 2 \quad (5.10)$$

în care F reprezintă numărul fazelor din sistem, L este numărul gradelor de libertate ale sistemului, C reprezintă numărul componentelor independenți care intervin în sistem, iar 2 reprezintă parametrii exterior care pot acționa asupra sistemului (presiunea și temperatura). Trebuie subliniat faptul că C nu reprezintă numărul total de componente din sistem, ci numărul minim de specii moleculare cu ajutorul cărora poate fi exprimată compoziția oricărei faze posibile din sistem.

Conform legii lui Gibbs, pentru sisteme bifazice ($F = 2$) și bicomponente ($C = 2$) rezultă $L = 2$, adică în sistem pot fi modificați simultan cel mult doi parametri fără a fi afectată starea de echilibru a acestuia.

Între parametrii de stare și compoziția fazelor se stabilește, în condiții de echilibru, o dependență funcțională numită **funcția de stare a sistemului**. La modul cel mai general aceasta se scrie:

$$f(P, T, x_1, x_2, \dots, y_1, y_2, \dots) = 0 \quad (5.11)$$

În cazul unui sistem bifazic (lichid – gaz sau lichid – vapori, de exemplu) cu doi componente (solutul A și solventul B), funcția de stare a sistemului devine:

$$f(P, T, x_A, y_A) = 0 \quad (5.12)$$

Se poate remarca faptul că în funcția de stare intervin doar concentrațiile solutului A, acestea fiind concentrațiile independente. Concentrațiile solventului B sunt dependente de acestea prin intermediul relațiilor deduse pe baza ecuațiilor generale (5.5):

$$x_B = 1 - x_A; \quad y_B = 1 - y_A \quad (5.13)$$

Ecuația (5.12) reprezintă o funcție de patru variabile (presiune, temperatură, concentrația lui A în faza lichidă, concentrația lui A în faza gazoasă). Fixând trei din cele patru variabile, se poate urmări ce devine sistemul dat în condiții de echilibru. Considerând drept variabile independente P , T și x_A , iar y_A fiind variabila dependentă, ecuația (5.12) se scrie sub forma:

$$y_A = f(P, T, x_A) \quad (5.14)$$

Pentru o presiune și temperatură constantă, la o anumită compoziție a uneia din faze corespunde o compoziție bine determinată a celeilalte faze, sistemul fiind cunoscut atât calitativ, cât și cantitativ. Întrucât reprezentarea grafică a unei mărimi dependente de mai multe mărimi independente este dificilă (în cazul a două mărimi independente este necesară o diagramă spațială, tridimensională, iar în cazul a trei sau mai multe variabile independente vizualizarea în spațiul “clasic” tridimensional este imposibilă), se alege variabila independentă în funcție de care se urmărește variația mărimii dependente, celelalte mărimi menținându-se constante.

În cazul sistemului bicomponent bifazic analizat anterior, echilibrul de faze va fi complet caracterizat, atât calitativ, cât și cantitativ, prin combinarea următoarelor variabile în funcția de stare: $P - x$, $T - x$, $y - x$.

Echilibrul va fi redat sub forma diagramelor de echilibru (fig. 5.1):

- **izoterma de echilibru:**

$$P = f(x)_{T=ct} \quad (5.15)$$

- **izobara de echilibru:**

$$T = f(x)_{P=ct} \text{ sau } T = f(y)_{P=ct} \quad (5.16)$$

- **linia de echilibru** (diagrama de compoziție la echilibru):

$$y = f(x)_{P,T=ct} \quad (5.17)$$

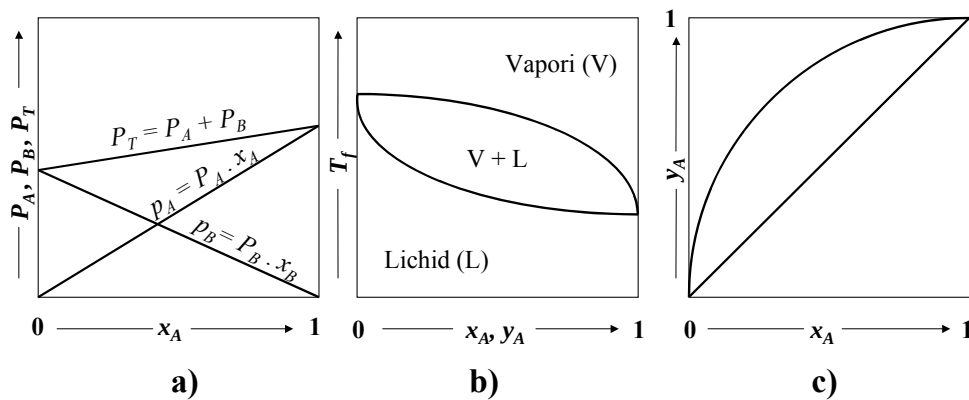


Fig. 5.1. Diagrame de echilibru pentru un sistem ideal, bifazic, bicomponent
 a – izoterma de echilibru; b – izobara de echilibru; c – linia de echilibru

Datele de echilibru care servesc la construirea diagramelor de echilibru se determină pe cale experimentală. Astfel de date experimentale, prezentate sub formă tabelară sau sub formă de diagrame, se găsesc publicate în literatura de specialitate (manuale, monografii, îndrumare, etc.).

5.1.2.2. Legea lui Raoult

Este o lege cantitativă a echilibrului între faze, lege aplicabilă strict amestecurilor de lichide ideale miscibile în orice proporție. Această lege, care corelează presiunea parțială din faza de vapori cu compoziția fazei lichide, se enunță astfel:

“Presiunea parțială a unui component din faza de vapori, în echilibru cu faza lichidă, este egală cu produsul dintre presiunea de vapori a componentului în stare pură și fracția molară a componentului în faza lichidă, la temperatura de fierbere a amestecului.” Matematic, această lege se scrie:

$$p_i = P_i \cdot x_i \quad (5.18)$$

unde p_i reprezintă presiunea parțială a componentului i , P_i este presiunea de vapori a componentului i în stare pură, iar x_i este fracția molară a componentului i în faza lichidă.

Trecerea de la presiunea parțială p_i la fracția molară în faza de vapori y_i se face pe baza legii lui **Dalton** conform căreia fracția molară a unui component dintr-un amestec de gaze (vapori) este egală cu raportul dintre presiunea parțială a componentului i și presiunea totală a amestecului:

$$y_i = \frac{p_i}{P_T} \quad (5.19)$$

Presiunea totală a unui amestec de gaze (vapori) este dată de suma presiunilor parțiale ale componentilor amestecului, în conformitate cu o altă lege a lui Dalton:

$$P_T = p_1 + p_2 + \dots + p_i + \dots + p_z = \sum_{i=1}^z p_i \quad (5.20)$$

Combinând legea lui Raoult (5.18) cu legile lui Dalton (5.19, 5.20), se obțin relațiile de calcul ale compoziției la echilibru pentru un sistem bifazic lichid – vapori (L – V). În cazul unui amestec binar, format din componentii **A** (ușor volatil) și **B** (greu volatil), conform legii lui Raoult:

$$\begin{aligned} p_A &= P_A \cdot x_A \\ p_B &= P_B \cdot x_B \end{aligned} \quad (5.21)$$

iar conform legii lui Dalton (5.20):

$$P_T = p_A + p_B = P_A \cdot x_A + P_B \cdot x_B \quad (5.22)$$

Ținând seama de proprietățile fracțiilor molare (5.5), ecuația (5.22) se poate scrie:

$$P_T = (P_A - P_B) \cdot x_A + P_B \quad (5.23)$$

de unde rezultă fracțiile molare ale componentilor **A** și **B** în faza lichidă:

$$\begin{aligned} x_A &= \frac{P_T - P_B}{P_A - P_B} = 1 - x_B \\ x_B &= \frac{P_T - P_A}{P_B - P_A} = 1 - x_A \end{aligned} \quad (5.24)$$

Expresia presiunii totale (5.23) arată că presiunea totală a vaporilor rezultați dintr-un amestec ideal este o funcție liniară de compoziția amestecului. Amestecurile neideale (reale) nu păstrează această liniaritate.

Compoziția fazei de vaporii se poate exprima în funcție de compoziția fazei lichide înlocuind presiunea parțială p_i din (5.19) cu expresia corespunzătoare din legea lui Raoult (5.18):

$$\begin{aligned} y_A &= \frac{p_A}{P_T} = \frac{P_A \cdot x_A}{P_T} = 1 - y_B \\ y_B &= \frac{p_B}{P_T} = \frac{P_B \cdot x_B}{P_T} = 1 - y_A \end{aligned} \quad (5.25)$$

Legea lui Raoult se aplică la separarea prin distilare a sistemelor lichide ideale. Reprezentarea grafică a compoziției fazei de vaporii, dată de ecuația (5.25 a), funcție de compoziția fazei lichide, dată de ecuația (5.24 a) constituie curba de echilibru a sistemelor bifazice lichid – vaporii (fig. 5.1 c), curent utilizată în calculul și analiza funcționării coloanelor de rectificare.

În cazul amestecurilor neideale, forțele intermoleculare în faza lichidă sunt mai mari sau mai mici decât în componenții puri, astfel încât presiunile parțiale p_i vor fi mai mici, respectiv, mai mari decât cele corespunzătoare valorilor deduse din legea lui Raoult. Abaterile sunt funcție de concentrație. Pentru amestecurile binare se consideră că faza de vaporii se comportă ca un gaz perfect, aplicându-i-se legile lui Dalton.

În cazul amestecurilor neideale cu abateri relativ mici de la comportarea ideală, presiunea parțială p_i corespunzătoare fazei lichide în echilibru, se calculează cu ajutorul legii lui Raoult corectate cu un coeficient de activitate γ_i , ale cărui valori sunt supraunitare sau subunitare:

$$\begin{aligned} p_A &= P_A \cdot x_A \cdot \gamma_A; & p_B &= P_B \cdot x_B \cdot \gamma_B \\ x_A &= \frac{P_T - \gamma_B \cdot P_B}{\gamma_A \cdot P_A - \gamma_B \cdot P_B}; & x_B &= \frac{P_T - \gamma_A \cdot P_A}{\gamma_B \cdot P_B - \gamma_A \cdot P_A} \\ y_A &= \frac{\gamma_A \cdot P_A}{P_T} \cdot x_A; & y_B &= \frac{\gamma_B \cdot P_B}{P_T} \cdot x_B \end{aligned} \quad (5.26)$$

În cazul acestor amestecuri, diagramele de echilibru de faze sunt asemănătoare cu cele ale amestecurilor ideale; variația presiunilor parțiale este ușor neliniară, situându-se sub sau deasupra dreptei corespunzătoare legii lui Raoult. Coeficienții de activitate γ_i sunt funcție de natura componenților amestecului, de concentrație și de presiune. Uzual, valorile γ_i se determină din datele de echilibru obținute pe cale experimentală. Pentru corelarea coeficienților de activitate, în literatura de specialitate există o

serie de relații care pornesc de la ecuația **Gibbs – Duhem**, cum sunt, de exemplu, ecuațiile **Margules**, **van Laar**, **Wohl**, **Redlich – Kister**, etc.

În cazul amestecurilor binare cu abateri mari de la idealitate, valorile coeficienților γ_i variază puternic cu compoziția, fiind mult depărtați de unitate. Diagramele de echilibru (fig. 5.2) prezintă modificări esențiale în comparație cu diagramele sistemelor ideale.

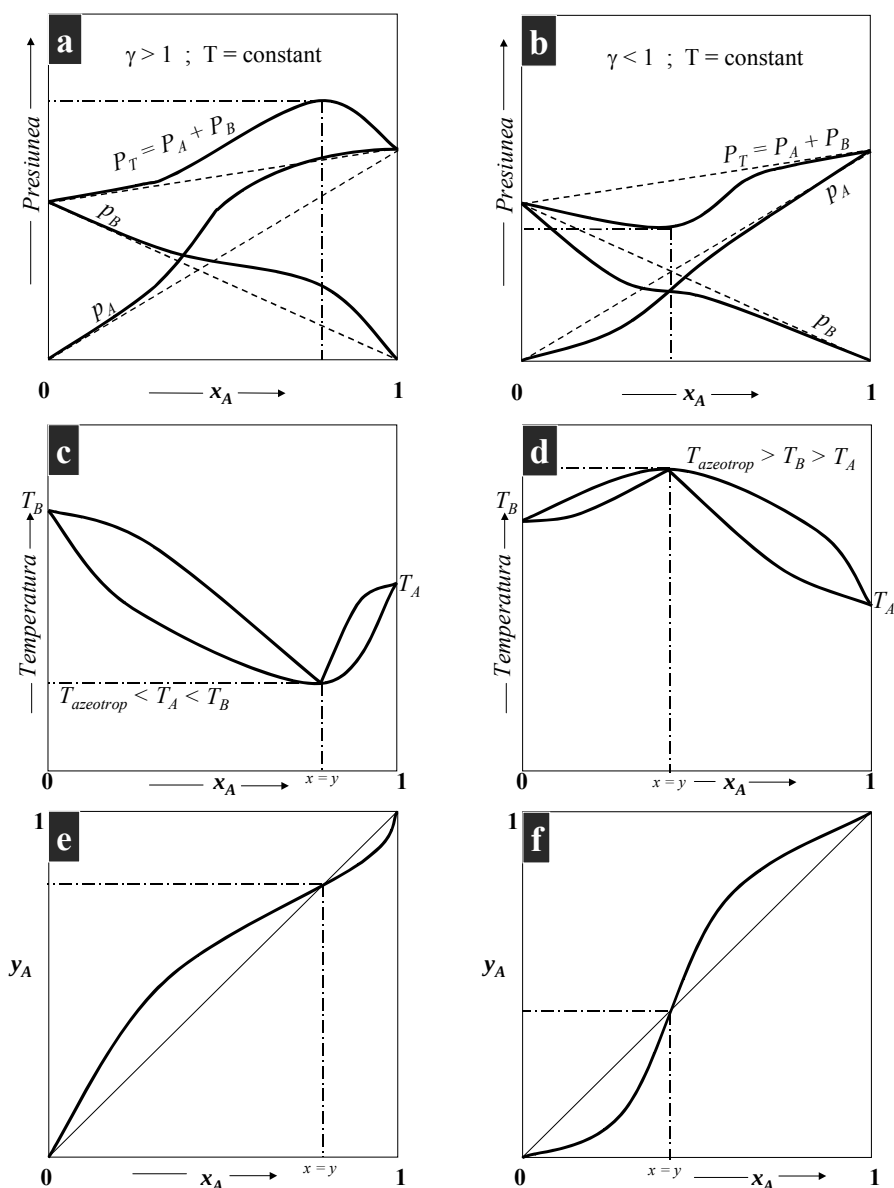


Fig. 5.2. Diagrame de echilibru pentru sisteme neideale, total miscibile
a, c, e - amestecuri azeotrope pozitive; b, d, f - amestecuri azeotrope negative

Astfel, în cazul izotermelor de echilibru se obțin pentru presiunea totală P_T curbe cu punct de maxim sau de minim, după cum coeficienții γ_i sunt supraunitari, respectiv subunitari (fig. 5.2 a, b). Acestor izoterme le corespund curbe de fierbere (izobare) cu temperaturi de fierbere mai mici, respectiv mai mari decât ale componentilor puri. Sistemele binare care au această comportare formează amestecuri azeotrope pozitive (cele cu $\gamma_A > 1$ – fig. 5.2 c), respectiv negative (cele cu $\gamma_A < 1$ – fig. 5.2. d). Așa cum rezultă din diagramele izoterme și din diagramele de echilibru (fig. 5.2 e, f), amestecurile azeotrope fierb la o temperatură constantă la care concentrațiile la echilibru în cele două faze sunt egale; aceste amestecuri nu pot fi separate prin distilare obișnuită. Sunt cunoscute câteva mii de sisteme care formează amestecuri azeotrope pozitive (etanol – apă, etanol – benzen, ciclohexan – benzen, etc.) și câteva sute de sisteme care formează amestecuri azeotrope negative (acid azotic – apă, acid clorhidric – apă, acetonă – cloroform, etc.).

5.1.2.3. Legea lui Henry

Această lege se aplică sistemelor ideale gaz – lichid (G – L) aflate la echilibru. Dacă se aduce în contact o fază gazoasă formată din solutul **A** și inertul **B** cu o fază lichidă **L**, solutul **A** trece în lichidul **L** (se dizolvă), până la atingerea stării de echilibru. Cantitatea de solut **A** dizolvată depinde de natura solutului și a solventului: același gaz se dizolvă în cantități diferite în diverși solvenți, iar gaze de natură diferită se solubilizează inegal în același solvent. Interdependența dintre presiunea parțială a solutului în faza gazoasă și concentrația sa în faza lichidă este redată de către legea lui **Henry** (1802):

“Presiunea parțială a unui gaz aflat în echilibru cu soluția, este direct proporțională cu fracția sa molară din soluție.” Matematic, aceasta se scrie:

$$p_A = k_{HA} \cdot x_A \quad (5.27)$$

Coeficientul de proporționalitate k_{HA} poartă denumirea de **coeficientul lui Henry**, care este funcție de natura solutului **A**, de natura solventului și de temperatură. Valorile sale se determină experimental, ele având dimensiunile unei presiuni. În tab. 5.1 sunt redate valorile coeficientului lui Henry pentru câteva sisteme gaz – apă, în funcție de temperatură. Se constată că valoarea coeficienților k_{HA} crește cu creșterea temperaturii. Gazele cele mai solubile prezintă, în condiții de temperatură constantă, valorile cele mai reduse ale coeficientului Henry.

Tab. 5.1. Valorile coeficientului Henry (k_{HA}) pentru sisteme apă – gaz (MPa)

GAZUL	TEMPERATURA								
	273 K	283 K	293 K	303 K	313 K	323 K	333 K	353 K	373 K
Hidrogen	5870	6440	6920	7380	7610	7750	7750	7650	7550
Azot	5360	6760	8140	9360	10500	11450	11350	12760	12760
Aer	4380	5560	6730	7810	8810	9590	10230	10840	10840
Monoxid de carbon	3570	4480	5430	5280	7050	7710	8320	8560	8570
Oxigen	2580	3310	4060	4810	5420	5960	6370	6960	7100
Metan	2270	3010	3810	4550	5290	5840	6340	6340	7100
Etan	1280	1920	2660	3460	4280	5070	5730	6710	7010
Etenă	559	778	1030	1290	-	-	-	-	-
Dioxid de carbon	73,7	105,4	144	188	236	287	345	-	-
Acetilenă	72,9	97,0	123	148	-	-	-	-	-
Hidrogen sulfurat	27,1	37,2	48,9	61,7	75,5	89,5	104	137	150
Clor	27,1	39,6	53,5	66,9	80,0	90,2	97,5	97,2	-
Brom	21,6	3,71	6,01	9,17	13,5	19,3	25,4	40,9	-
Dioxid de sulf	1,666	2,45	3,55	4,85	6,60	8,71	11,1	17,0	-
Acid clorhidric	0,246	0,262	0,279	0,294	0,303	0,305	0,299	-	-
Amoniac	0,208	0,240	0,278	0,321	-	-	-	-	-

Ținând cont de legea Dalton (5.19), ecuația (5.27) se poate scrie într-o formă în care să permită calculul fracției molare a solutului **A** din faza gazoasă (y_A), în funcție de concentrația soluției (x_A) și de presiunea totală în sistem (P_T):

$$y_A = k_{HA} \cdot \frac{x_A}{P_T} \quad (5.28)$$

Relația (5.28) indică o dependență liniară între concentrația solutului **A** între cele două faze aflate la echilibru, liniaritate valabilă doar pentru sistemele ideale (soluții infinit diluate). În cazul sistemelor reale, ecuația (5.28) poate fi aplicată doar în cazul gazelor greu solubile, sau pe domeniul concentrațiilor mici în cazul gazelor solubile, așa cum reiese și din fig. 5.3.

Legea lui Henry poate fi considerată ca fiind un caz particular al legii lui Raoult, fiind aplicată în cazul sistemelor gaz – lichid, sisteme în care se realizează procesele de absorbție și desorbție.

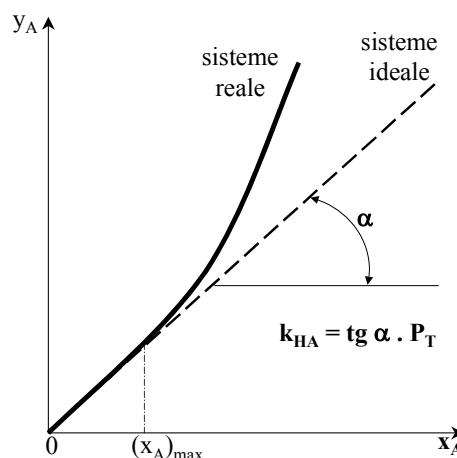


Fig. 5.3. Diagrama de echilibru a sistemelor gaz - lichid

5.1.2.4. Legea de repartitie a lui Nernst

În multe cazuri se întâlnesc amestecuri formate din două lichide miscibile sau un lichid și un solid, a căror separare necesită prezența unui al treilea component. Peste aceste amestecuri se aduce un solvent selectiv, adică un lichid în care se dizolvă preponderent numai unul dintre componenții aflați în amestecul inițial. Se obțin astfel două faze lichide (dacă s-a pornit de la un amestec lichid – lichid) sau o fază lichidă și una solidă (dacă s-a pornit de la un amestec solid – lichid), cu compoziții diferite. Substanța de extras din amestec se distribuie – din cauza dublei solubilități – între solventul adăugat și componentul insolubil din amestecul inițial. Procesul global apare ca o repartitie între doi solvenți nemiscibili între ei.

Fie **B** componentul (solutul) care se poate dizolva atât în solventul inițial **A**, cât și în solventul adăugat **S**, **A** și **S** fiind nemiscibile între ele. Soluția de **B** în **S** poartă denumirea de **extract**, iar soluția de **B** în **A** poartă denumirea de **rafinat**. Concentrația lui **B** la echilibru în extract și în rafinat este definită de legea de distribuție (sau de repartitie) a lui **Nernst**:

“Raportul concentrațiilor componentului **B** în extract (y_B) și în rafinat (x_B), la o temperatură și presiune date este o mărime constantă, dată de relația:

$$\frac{y_B}{x_B} = k_B \quad (5.29)$$

în care k_B este **constanta de distribuție (repartitie) a lui Nernst**.” Valoarea acestei constante depinde de natura sistemului și de temperatură.

Coefficientul de distribuție se determină experimental, și pe domeniul soluțiilor diluate are valoare constantă.

Legea de repartitie Nernst este strict valabilă numai pentru sisteme ideale (soluții diluate). În cazul sistemelor reale, această dependență este neliniară, așa cum reiese din fig. 5.4.

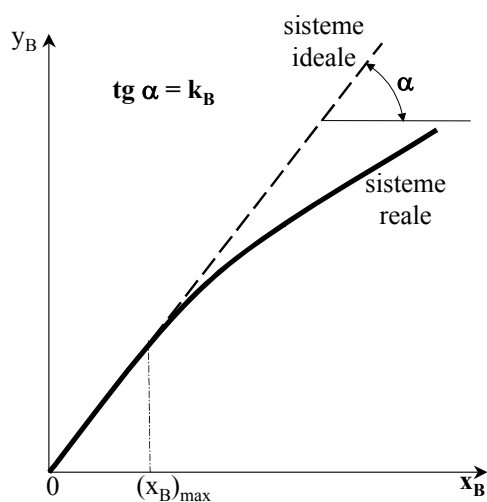


Fig. 5.4. Diagrama de echilibru a sistemelor lichid - lichid

5.2. MĂRIMI ȘI ECUAȚII FUNDAMENTALE ALE TRANSFERULUI DE MASĂ

5.2.1. Flux masic, flux masic unitar

Componentul transferat în cantitatea cea mai mare poartă denumirea de **solut** sau **component activ**, ceilalți componenți purtând denumirea de **inerți** sau **componenți inactivi**.

Fluxul de substanță al solutului (J_s) reprezintă cantitatea de solut care difuzează în unitatea de timp:

$$J_s = \frac{dm}{dt} \quad (5.30)$$

în care m reprezintă cantitatea de solut transferată, iar t timpul. Fluxul de masă se poate exprima în kg/s, kmoli/s sau m^3/s , după cum cantitatea transferată m este exprimată în kg, kmoli, respectiv m^3 .

Fluxul unitar de substanță al solutului (j_s) (denumit și **viteză de difuziune** sau **viteză de transfer**) este definit ca fiind cantitatea de substanță transferată în unitatea de timp printr-o unitate de suprafață (A):

$$j_s = \frac{dm}{A \cdot dt} \quad (5.31)$$

Fluxul unitar de substanță se exprimă, în funcție de unitatea de măsură a cantității de solut, în $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$, $\text{kmoli}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$, sau $\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$.

5.2.2. Mecanisme de transfer de masă

Legile transferului de masă reprezintă relații între fluxurile de substanță transportată și gradientul de concentrație, respectiv între fluxurile de masă și produsul dintre concentrație și viteză, după cum mecanismul transferului de masă este difuzional sau convectiv.

Mecanismul transferului de masă este influențat de condițiile hidrodinamice din sistem:

- în sisteme stagnante, transportul unei specii moleculare se realizează prin **difuziune moleculară**;
- În sisteme dinamice (faze aflate în mișcare), transferul de masă are loc ca efect al deplasării și amestecării speciilor moleculare, concomitent cu macroparticulele de fluid, prin **difuziune convectivă**.

Difuziunea moleculară rezultă din deplasarea individuală, dezordonată a moleculelor printr-un mediu, datorită energiei termice. Ciocnirile cu celelalte molecule fac ca deplasarea să se realizeze în zigzag, cu frecvente schimbări de viteză, atât ca mărime, cât și ca sens. Datorită acestui fapt viteza de difuziune este mică, ea crescând cu creșterea temperaturii (deoarece crește viteza moleculelor) și cu scăderea presiunii (deoarece scade frecvența ciocnirilor).

Difuziunea moleculară poate fi definită ca fiind deplasarea reciprocă a componentelor în interiorul unui amestec datorită lipsei de echilibru în toate punctele sale. Această lipsă locală de echilibru se poate datora:

- existenței unui gradient de concentrație – **difuziune moleculară (ordinară)**;
- existenței unui gradient de temperatură – **difuziune termică (termodifuziune)**;
- existenței unui gradient de presiune – **difuziune de presiune**;

- acțiunii diferențiate a unor forțe exterioare asupra componentelor amestecului – **difuziune forțată**.

Intensitatea transportului de substanță este cu atât mai mare cu cât gradientul (de concentrație, temperatură, presiune) este mai mare. Termodifuziunea, difuziunea de presiune și difuziunea forțată se caracterizează prin fluxuri reduse, fiind utilizate în special pentru purificări avansate într-o singură fază.

Difuziunea convectivă apare în fluide aflate în mișcare și intensitatea sa depinde atât de proprietățile de transport, cât și de caracteristicile dinamice ale fluidului. Ca și în cazul transferului de impuls sau de căldură se poate deosebi **convecția forțată**, atunci când curgerea este provocată de introducerea în sistem a unei energii externe, prin intermediul unei pompe, unui agitator sau unui alt dispozitiv și **convecția liberă**, atunci când deplasarea fluidului are loc ca urmare a unei diferențe de densitate generată de o diferență de concentrație sau de temperatură.

Difuziunea convectivă este întotdeauna însoțită și de difuziunea moleculară, aportul celor două mecanisme depinzând de condițiile hidrodinamice. În difuziunea convectivă, transferul de masă este însoțit de transfer de impuls, iar atunci când fazele apar ca urmare a schimbării stării de agregare a amestecului, apare suplimentar și transferul de căldură. Cristalizarea, distilarea, rectificarea, sublimarea, uscarea, sunt operații care au la bază transferul simultan de impuls, masă și căldură.

La curgerea turbulentă, valorile locale ale parametrilor care caracterizează proprietatea transportată (impuls, căldură, substanță) nu sunt constante, ci variază haotic ca mărime și sens. După cum în curgerea turbulentă fluctuațiile vitezei conduc la un transport suplimentar de impuls, în mod similar, fluctuațiile concentrației conduc la un transport suplimentar de substanță, prin **difuziune turbulentă**.

5.2.3. Difuziunea moleculară ordinară. Legea I a lui Fick

Acest tip de difuziune constă numai în deplasarea la scară moleculară a unei substanțe printr-un fluid. Conform teoriei cinetice a gazelor, deplasarea moleculelor are loc prin ciocniri succesive între molecule, ciocniri soldate cu modificări de viteză atât ca direcție, cât și ca mărime. Deși viteza moleculelor este foarte mare, de ordinul sutelor de metri pe secundă, viteza efectivă a difuziunii moleculare este foarte redusă, ca urmare a numărului mare de ciocniri.

Forța motoare a difuziunii moleculare o constituie gradientul de concentrație în amestec. Cantitativ, difuziunea moleculară este descrisă de

legea I a lui **Fick**. Această lege intuitivă este analogă cu legea lui Fourier pentru transferul termic conductiv și cu legea lui Newton pentru transferul de impuls. Conform legii lui Fick, într-un sistem staționar, fluxul masic transferat este proporțional cu un coeficient de difuziune și cu gradientul de concentrație. Pentru difuziunea componentului **A** din amestecul (**A** + **B**), aceasta se scrie:

$$J_A = -D_{AB} \cdot A \cdot \frac{dC_A}{dl} \quad (5.32)$$

unde D_{AB} este coeficientul de difuziune al lui **A** prin **B**; dC_A este variația concentrației componentului **A**, iar dl este lungimea pe care se produce variația concentrației componentului **A**.

O relație identică se poate scrie și pentru difuziunea în sens invers a componentului **B** din amestec:

$$J_B = -D_{BA} \cdot A \cdot \frac{dC_B}{dl} \quad (5.33)$$

în care D_{BA} reprezintă coeficientul de difuziune al lui **B** prin **A**.

Înlocuind fluxurile cu fluxuri unitare se obțin următoarele expresii ale legii I a lui Fick:

$$\begin{aligned} j_A &= -D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dl} \\ j_B &= -D_{BA} \cdot \frac{dC_B}{dl} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Dacă fluxul unitar de solut **A** din ecuația (5.34) se înlocuiește în ecuația de definiție a fluxului unitar de substanță (5.31) se obține ecuația diferențială a cantității de substanță difuzate:

$$dm_A = -D_{AB} \cdot dA \cdot \frac{dC_A}{dl} \cdot t \quad (5.35)$$

Semnul minus din ecuație indică faptul că difuziunea moleculară are loc în sensul scăderii concentrației lui **A**.

Legea lui Fick sau ecuația diferențială a difuziunii echimoleculare, demonstrată inițial pentru o fază gazoasă, s-a extins ulterior atât la difuziunea prin lichide cât și prin solide.

5.2.4. Coeficientul de difuziune

Din punct de vedere fizic, coeficientul de difuziune moleculară reprezintă capacitatea de migrare a unui component într-un mediu gazos, lichid sau solid. Dimensional, el se exprimă în SI în m^2/s .

Coeficientul de difuziune moleculară depinde de presiune, temperatură și natura componentelor. La lichide depinde și de concentrație. Se determină experimental sau se calculează cu ajutorul unor relații, de regulă semiempirice sau empirice. Valorile exacte sunt numai cele experimentale.

5.2.4.1. Coeficienți de difuziune în gaze

Difuzivitatea gazelor este estimată, în general, cu o precizie care poate atinge 5%, pe baza unor considerente teoretice. Coeficienții de difuziune în gaze au valori cuprinse aproximativ în limitele $10^{-5} - 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Pe baza teoriei cinetico-moleculare a gazelor s-au dedus ecuații de calcul ale coeficientului de difuziune în funcție de proprietățile moleculare ale gazelor. La presiuni totale mici, de până la 0,1 MPa, coeficienții de difuziune sunt independenți de concentrație.

O relație de calcul a coeficientului de difuziune este ecuația lui **Maxwell - Gilliland**, care dă rezultate satisfăcătoare:

$$D_{AB} = 4,3 \cdot 10^{-4} \frac{T^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P \cdot (V_A^{1/3} + V_B^{1/3})^2} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.36)$$

în care T reprezintă temperatura absolută (K), P este presiunea absolută (Pa), M_A și M_B sunt masele molare ale gazelor **A** și **B**, iar V_A și V_B reprezintă volumele molare ale gazelor **A** și **B** (m^3/kmol), determinate ca sumă a volumelor atomice ale elementelor care intră în compoziția gazului.

O altă relație de calcul a coeficientului de difuziune în gaze pentru condiții normale de temperatură și presiune este ecuația **Andrusov**, care dă rezultate cu o eroare de maximum 7%:

$$D_{AB}^0 = 62 \cdot \frac{(1 + \sqrt{M_A + M_B})}{(V_A^{1/3} + V_B^{1/3})^2 \cdot \sqrt{M_A + M_B}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.37)$$

notațiile având aceeași semnificație ca și în relația (5.36). Pentru alte condiții de presiune și temperatură, coeficientul de difuziune se calculează cu relația:

$$D_{AB} = D_{AB}^0 \cdot \frac{P_0}{P} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \quad (5.38)$$

În tab. 5.2 sunt redate volumele atomice ale unor elemente, precum și volumele molare ale principalelor gaze.

Tab. 5.2. *Volum atomice și volume molare*

Volum atomic . 10 ³ [m ³ /kmol]		Volum molar . 10 ³ [m ³ /kmol]	
Bor	27,0	H ₂	14,3
Carbon	14,8	O ₂	25,6
Clor	24,6	N ₂	31,2
Hidrogen	3,7	Aer	29,9
N în amine primare	10,5	CO	30,7
N în amine secundare	12,0	CO ₂	34,0
N în combinații cu 2 legături saturate	15,6	SO ₂	44,8
O în combinații cu 2 legături saturate	7,4	NO	23,6
O în aldehide și cetone	7,4	N ₂ O	36,4
O în eteri micști	9,1	NH ₃	25,8
O în eteri simpli	9,9	H ₂ O	18,9
O în eteri superiori	11,0	H ₂ S	32,9
O în acizi	12,0	COS	51,5
O în combinații cu S, P, N	8,3	Cl ₂	48,4
Sulf	25,6	Br ₂	53,2
Iod	37,0	I ₂	71,5
Constante de structură*		* Pentru calculul volumului molecular al unei combinații chimice, valoarea corespunzătoare a constantei de structură trebuie adunată algebric la suma volumelor atomice.	
inel din trei atomi	-0,0060		
inel din patru atomi	-0,0085		
inel din cinci atomi	-0,0115		
inel benzenic	-0,0150		
inel naftalenic	-0,0300		
inel antracenic	-0,0475		

Câteva valori ale coeficientului de difuziune moleculară pentru unele gaze și vapori sunt redate în tabelele 5.3 și 5.4.

Tab. 5.3. *Coeficienți de difuziune ai unor esteri organici în aer*
($T = 298 \text{ K}$; $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

Numărul atomilor de carbon din moleculă	$D_{AB} \cdot 10^6$ [m ² /s]	Numărul atomilor de carbon din moleculă	$D_{AB} \cdot 10^6$ [m ² /s]
2	11,7	6	6,9
3	9,7	7	6,5
4	8,6	8	5,7
5	7,8	9	4,9

FENOMENE DE TRANSFER

Tab. 5.4. Coeficienți de difuziune ai gazelor și vaporilor (D_{AB}) în aer
($T = 298 \text{ K}$; $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

Substanța	$D_{AB} \cdot 10^6$ [m ² /s]	Substanța	$D_{AB} \cdot 10^6$ [m ² /s]
Amoniac	23,6	Acid <i>i</i> -butiric	8,1
Dioxid de carbon	16,4	Acid valerianic	6,7
Hidrogen	41,0	Acid <i>i</i> -capronic	6,0
Oxigen	20,6	Dietilamină	10,5
Vapori de apă	25,6	Butilamină	10,1
Disulfură de carbon	10,7	Anilină	7,2
Acid clorhidric	13,0	Clorbenzen	7,3
Dioxid de sulf	10,3	Clortoluen	6,5
Eter etilic	9,3	Bromură de propil	10,5
Metanol	15,9	Iodură de propil	9,6
Etanol	11,9	Benzen	8,8
Propanol	10,0	Toluen	8,4
Butanol	9,0	Xilen	7,1
Pentanol	7,0	Etilbenzen	7,7
Hexanol	5,9	Propilbenzen	5,9
Acid formic	15,9	Difenil	6,8
Acid acetic	13,3	<i>n</i> -Octan	6,0
Acid propionic	9,9	Mezitilen	6,7

Pentru calcule precise se recomandă utilizarea relației propuse de **Chapman-Enskog**:

$$D_{AB} = 1,8829 \cdot 10^{-4} \frac{T^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}}}{P \cdot \sigma_{AB}^2 \cdot \Omega_D} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.39)$$

în care:

- T - temperatura amestecului (K);
- M_A, M_B - masele molare ale celor doi componenți;
- P - presiunea absolută (Pa);
- σ_{AB} - diametrul de coliziune (nm);
- Ω_D - integrala de coliziune, funcție de temperatură și de câmpul potențialului intermolecular pentru o moleculă **A** și o moleculă **B** (tab. 5.6);
- χ - constanta lui Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/K}$);
- ε_{AB} - energia de interacțiune pentru sistemul binar **AB** (erg).

Parametrii σ_{AB} și ε_{AB} se obțin din date experimentale de viscozitate; se pot utiliza și valori calculate (tab. 5.5). Când nu se dispune de date, se utilizează relații empirice de forma:

$$\sigma = 1,18 \cdot V_f^{1/3} ; \quad \sigma = 0,841 \cdot V_c^{1/3} ; \quad \sigma = 2,44 \cdot \left(\frac{T_c}{P_c} \right)^{1/3} \quad (5.40)$$

$$\frac{\varepsilon_A}{\chi} = 0,77 \cdot T_c ; \quad \frac{\varepsilon_A}{\chi} = 1,15 \cdot T_f \quad (5.41)$$

în care V_f reprezintă volumul molar la temperatura normală de fierbere T_f în cm^3/mol (tab. 5.2), V_c este volumul critic molar în cm^3/mol , T_c și P_c sunt temperatura (K) și presiunea (atm) critică a componentului care difuzează.

Pentru amestecuri binare nepolare se pot utiliza relațiile empirice:

$$\sigma_{AB} = \frac{1}{2}(\sigma_A + \sigma_B) \quad (5.42)$$

$$\frac{\varepsilon_{AB}}{\chi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_A}{\chi} \cdot \frac{\varepsilon_B}{\chi}} \quad (5.43)$$

Pentru amestecuri gazoase multicomponente, coeficientul de difuziune al componentului i din amestecul de gaze se calculează cu relația:

$$D_{i,m} = (1 - y_i) / \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{y_j}{D_{i,j}} \quad (5.44)$$

Tab. 5.5. Parametrii ε și σ din ecuația (5.39)

Componentul	ε_A/k [K]	σ [nm]	Componentul	ε_A/k [K]	σ [nm]
Acetilenă	185	0,4221	<i>n</i> -Hexan	413	0,5909
Aer	97	0,3617	Hidrogen	33,3	0,2968
Benzen	440	0,5270	Acid clorhidric	360	0,3305
<i>i</i> -Butan	313	0,5341	Metan	136,5	0,3822
<i>n</i> -Butan	410	0,4997	Metanol	507	0,3585
Dioxid de carbon	190	0,3996	Clorură de metilen	406	0,4759
Sulfură de carbon	488	0,4438	Clorură de metil	855	0,3375
Oxid de carbon	110	0,3590	Oxid de azot	119	0,3470
Tetraclorură de carbon	327	0,5881	Azot	91,5	0,3681
Clor	357	0,4115	<i>n</i> -Nonan	240	0,8448
Cloroform	327	0,5430	<i>n</i> -Octan	320	0,7451
Ciclohexan	324	0,6093	Oxygen	113	0,3433
Etan	230	0,4418	<i>n</i> -Pentan	345	0,5769
Etanol	391	0,4455	Propan	254	0,5061
Etenă	205	0,4232	Dioxid de sulf	252	0,4290
<i>n</i> -Heptan	282	0,8880	Apă	356	0,2649

Tab. 5.6. Valorile integralei de coliziune Ω_D din ecuația (5.39)

kT/ε	Ω_D	kT/ε	Ω_D	kT/ε	Ω_D
0,30	2,662	1,60	1,167	3,80	0,8942
0,35	2,476	1,65	1,153	3,90	0,8888
0,40	2,318	1,70	1,140	4,00	0,8836
0,45	2,184	1,75	1,128	4,10	0,8788
0,50	2,066	1,80	1,116	4,20	0,8740
0,55	1,966	1,85	1,105	4,30	0,8694
0,60	1,877	1,90	1,094	4,40	0,8652
0,65	1,798	1,95	1,084	4,50	0,8610
0,70	1,729	2,00	1,075	4,60	0,8568
0,75	1,667	2,10	1,057	4,70	0,8530
0,80	1,612	2,20	1,041	4,80	0,8492
0,85	1,562	2,30	1,026	4,90	0,8456
0,90	1,517	2,40	1,012	5,00	0,8422
0,95	1,476	2,50	0,9996	6,00	0,8124
1,00	1,439	2,60	0,9878	7,00	0,7896
1,05	1,406	2,70	0,9770	8,00	0,7712
1,10	1,375	2,80	0,9672	9,00	0,7556
1,15	1,346	2,90	0,9576	10,00	0,7424
1,20	1,320	3,00	0,9490	20,00	0,6640
1,25	1,296	3,10	0,9406	30,00	0,6232
1,30	1,273	3,20	0,9328	40,00	0,5960
1,35	1,253	3,30	0,9256	50,00	0,5756
1,40	1,233	3,40	0,9186	60,00	0,5596
1,45	1,215	3,50	0,9120	70,00	0,5464
1,50	1,198	3,60	0,9058	80,00	0,5352
1,55	1,182	3,70	0,8998	90,00	0,5256
				100,00	0,5170

5.2.4.2. Coeficienți de difuziune în lichide

Coeficienții de difuziune în lichide au valori cuprinse aproximativ între $10^{-9} - 10^{-10}$ m²/s și depind de concentrație datorită variației viscozității și a gradului de idealitate al soluției. În amestecuri lichide de neelectroliți moleculele difuzează ca atare, iar electroliții ionizează în soluție și difuzează ca ioni.

Pentru soluții de neelectroliți, pe baza teoriei **Stokes – Einstein** se obține o relație de forma:

$$D_{AB} = \frac{0,1 \cdot \chi \cdot T}{6\pi \cdot r \cdot \mu} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.45)$$

utilizabilă în cazul difuziunii particulelor coloidale, iar pentru difuziunea moleculelor mari:

$$D_{AB} = \frac{1,05 \cdot 10^{-10} \cdot T}{\mu \cdot V_f^{1/3}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.46)$$

în care μ este viscozitatea dizolvantului (Pa.s), iar r este raza particulelor care difuzează (m).

Pe baza teoriei **Eyring** s-a dedus ecuația lui **Wilke** și **Chang**:

$$D_{AB} = 4,67 \cdot 10^{-10} \frac{T \cdot \sqrt{k \cdot M_B}}{\mu \cdot V_f^{0,6}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.47)$$

în care μ este viscozitatea soluției (Pa.s), M_B este masa moleculară a solventului, V_f este volumul molar al solventului la temperatura normală de fierbere (m^3/kmol), iar k este un parametru care ține seama de gradul de asociație al moleculelor solventului (2,6 pentru apă; 1,9 pentru metanol; 1,5 pentru etanol, 1,0 pentru benzen, eter, heptan).

În soluții de electroliți, coeficientul de difuziune pentru o sare monovalentă într-o soluție diluată se calculează cu relația lui **Nernst**:

$$D_{AB} = \frac{2 \cdot 10^{-4} RT}{\left(\frac{1}{\Lambda_+^0} + \frac{1}{\Lambda_-^0} \right) \cdot Fa^2} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.48)$$

în care:

- R - 8,3143 J/(mol.K) – constanta universală a gazelor;
- T - temperatura (K);
- Λ_+^0, Λ_-^0 - conductanța ionică limită, $(\text{A}/\text{cm}^2) \cdot (\text{V}/\text{cm}) \cdot (\text{val}/\text{cm}^3)$;
- Fa - 96500 C/val – constanta lui **Faraday**.

Relația este valabilă și pentru ioni polivalenți dacă se înlocuiește constanta numerică 2 cu $(1/n^+ + 1/n^-)$, în care n^+ și n^- sunt valența cationului și respectiv valența anionului.

Pentru calcule estimative ale coeficientului de difuziune în soluții diluate se poate utiliza ecuația empirică:

$$D_{AB} = \frac{7,7 \cdot 10^{-16} T}{\mu \cdot (V_f^{1/3} - V_B^{1/3})} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.49)$$

în care T este temperatura (K), μ viscozitatea lichidului (Pa.s), V_f este volumul molar al solutului (m^3/kmol). Termenul V_B (m^3/kmol) depinde de natura solventului (0,008 pentru apă; 0,0149 pentru metanol; 0,0228 pentru benzen).

FENOMENE DE TRANSFER

Dacă se cunoaște valoarea coeficientului de difuziune la o temperatură T_0 , valoarea acestuia la o altă temperatură T se determină cu relația:

$$D_{AB}^T = D_{AB}^{T_0} \cdot \left[1 + 0,2 \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt[3]{\rho}} (T - T_0) \right] \quad (5.50)$$

în care μ reprezintă viscozitatea lichidului (mPa.s), iar ρ este densitatea acestuia (kg/m^3).

Câteva valori ale coeficientului de difuziune în lichide sunt prezentate în tabelele 5.7 și 5.8.

Tab. 5.7. Coeficienți de difuziune în apă la 293 K

Solutul	D_{AB} [m ² /s . 10 ⁹]	Solutul	D_{AB} [m ² /s . 10 ⁹]
Oxigen	1,80	Butanol	0,77
Dioxid de carbon	1,50	Alcool alilic	0,93
Protoxid de azot	1,51	Fenol	0,84
Amoniac	1,76	Glicerină	0,72
Clor	1,22	Pirogalol	0,70
Brom	1,20	Hydrochinonă	0,77
Hydrogen	5,13	Uree	1,06
Azot	1,64	Rezorcină	0,80
Acid clorhidric	2,64	Uretan	0,92
Hydrogen sulfurat	1,41	Lactoză	0,43
Acid sulfuric	1,73	Maltoză	0,43
Acid azotic	2,60	Glucoză	0,60
Acetilenă	1,56	Manitoză	0,58
Acid acetic	0,88	Rafinoză	0,37
Metanol	1,28	Zaharoză	0,45
Etanol	1,00	Clorură de sodiu	1,35
Propanol	0,87	Hydroxid de sodiu	1,51

Tab. 5.8. Coeficienți de difuziune în solvenți organici la 293 K

Solut	Solvent	D_{AB} [m ² /s . 10 ⁹]
Dioxid de carbon	etanol	3,40
Fenol	etanol	0,80
Cloroform	etanol	1,23
Fenol	benzen	1,54
Cloroform	benzen	2,11
Acid acetic	benzen	1,92
Diclorețan	benzen	2,45

5.2.4.3. Coeficienți de difuziune în solide

Difuziunea moleculară în solide prezintă două aspecte: unul referitor la difuziunea gazelor și a lichidelor prin structura poroasă a solidului și unul referitor la interdifuziunea constituenților solidului, ca urmare a mișcării atomilor. Din punctul de vedere al ingineriei proceselor fizico – chimice interesează în special primul aspect, întâlnit frecvent în operațiile de adsorbție, desorbție, uscare, extracție L – S, precum și în cataliza eterogenă. Cel de-al doilea aspect este întâlnit în special în procesele metalurgice.

Difuziunea moleculară prin porii unui solid poate avea loc prin trei mecanisme:

- difuziune moleculară (**Fick**);
- difuziune **Knudsen**;
- difuziune superficială.

Un solid poros poate fi considerat ca fiind alcătuit din microgranule aglomerate într-o macrogranulă (fig. 5.5). Între microgranule se formează o rețea de goluri formată din pori cu diametre cuprinse între 10^2 – 10^6 nm.

Structura poroasă este alcătuită din **micropori** (10^2 – 10^4 nm), proveniți din microgranule și **macropori** (10^4 – 10^6 nm) rezul-

tați din spațiile libere dintre microgranule. Structura poroasă este complicată de prezența interconectărilor între pori de diferite dimensiuni și lungimi. Dintre mărimile care caracterizează structura poroasă se pot menționa **raza medie a porilor** ($\bar{r}$) și **factorul de tortuozitate** (θ) al acestora.

Difuziunea moleculară (Fick) (fig. 5.6 a) apare în porii de diametru relativ mare, pentru gaze relativ dense (sau aflate la presiuni ridicate). Difuziunea este caracterizată de un coeficient efectiv de difuziune moleculară (D_{ef}) care ia în considerare faptul că traiectoria de difuziune nu este dreaptă și porii au geometrii variate. Pentru o granulă de porozitate ε în care porii se consideră ca fiind cilindrii de rază $\bar{r}$, distanța de difuziune în direcție radială se obține înmulțind raza cu factorul de tortuozitate θ care redă abaterile de la forma cilindrică a porilor și intervenția interconexiunilor dintre pori. Acest factor, determinat experimental, ia valori cuprinse între

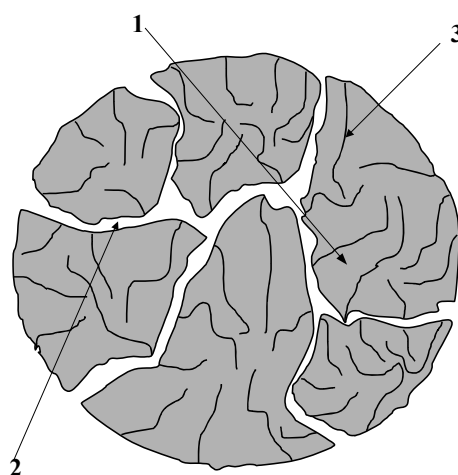


Fig. 5.5. Structura unei macrogranule poroase

1 – microgranule; 2 – macropori; 3 – micropori.

1,5 și 10 (valoarea medie fiind în general 4). În aceste condiții, coeficientul efectiv de difuziune va fi:

$$D_{ef,A} = \frac{\varepsilon}{\theta} \cdot D_{AB} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.51)$$

iar fluxul de difuziune Fick printr-un mediu poros se poate scrie:

$$J_A = -D_{ef,A} \cdot A \cdot \frac{dC_A}{dl} \quad (5.52)$$

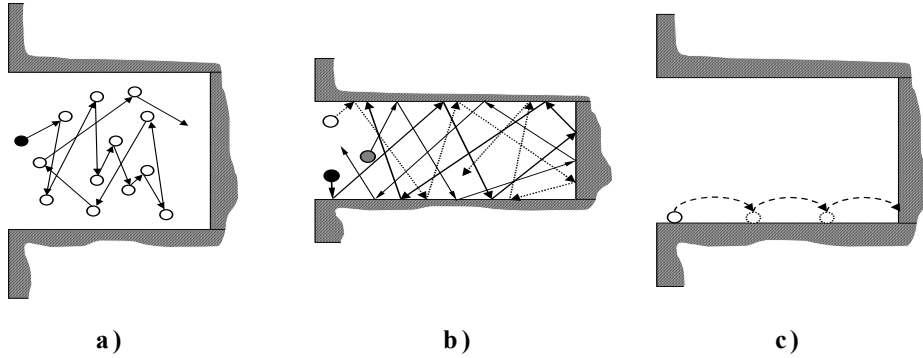


Fig. 5.6. Reprezentarea schematică a difuziunii prin pori
a – difuziune moleculară (Fick); b – difuziune Knudsen; c – difuziune superficială

Difuziunea Knudsen (fig. 5.6 b) se manifestă în cazul în care densitatea gazului este redusă (gaz la presiuni scăzute) sau porii sunt de dimensiuni mici. În acest caz, moleculele se ciocnesc mai frecvent de pereții porilor decât între ele, fiind apoi reflectate în direcții întâmplătoare; fiecare moleculă se comportă ca și cum ar fi singură. Coeficientul de difuzie Knudsen se poate calcula conform teoriei cinetice a gazelor cu relația:

$$D_{K,A} = \frac{4}{3} \cdot \bar{r} \cdot \left(\frac{2}{P} \cdot \frac{RT}{M_A} \right)^{1/2} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.53)$$

Acest coeficient se corectează în mod analog celui molecular, rezultând un coeficient de difuziune Knudsen efectiv:

$$D_{ef,K,A} = \frac{\varepsilon}{\theta} \cdot D_{K,A} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.54)$$

O altă relație pentru calculul lui $D_{ef,K,A}$ este:

$$D_{ef,K,A} = \frac{19400\varepsilon^2}{\theta \cdot \psi \cdot \rho} \cdot \sqrt{\frac{T}{M_A}} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.55)$$

în care ψ este un factor de formă adimensional, iar ρ este densitatea solidului (kg/m^3).

Difuziunea superficială (fig. 5.6 c) are loc pe suprafața internă a unui mediu poros pe care se adsorbe o parte din componentul difuzat. Moleculele adsorbite au o anumită mobilitate și dacă concentrația substanței reținute variază pe suprafața mediului poros, ele se pot deplasa de la un punct la altul. Fluxul de difuziune se poate scrie sub forma:

$$j_A = D_S \cdot \frac{dC_{A,S}}{dl} \quad (5.56)$$

în care D_S este coeficientul de difuziune superficială (m^2/s), iar $C_{A,S}$ este concentrația superficială a componentului A (kg/m^2).

Într-un mediu poros pot coexista toate cele trei tipuri de difuziune, experimental determinându-se **coeficientul de difuziune efectiv global**. Pentru un sistem format din două gaze care difuzează echimolecular în contracurent în interiorul unui solid, acesta are expresia:

$$\frac{1}{D_{ef}} = \frac{1}{D_{ef,A}} + \frac{1}{D_{ef,K,A}} + \frac{1}{D_{ef,S,A}} \quad (5.58)$$

În tab. 5.9 sunt prezentate pentru exemplificare câteva valori ale coeficientului de difuziune în solide.

Tab. 5.9. Coeficientul de difuziune în solide

Sistemul	Temperatura [K]	D_{AB} [m^2/s]
He în SiO_2	293	$(2,4 - 5,5) \cdot 10^{-14}$
He în sticlă pyrex	293	$4,5 \cdot 10^{-15}$
	773	$2,0 \cdot 10^{-12}$
H_2 în SiO_2	773	$(0,6 - 2,1) \cdot 10^{-12}$
H_2 în Ni	358	$1,16 \cdot 10^{-12}$
	438	$10,50 \cdot 10^{-12}$
Bi în Pb	293	$1,1 \cdot 10^{-20}$
Hg în Pb	293	$2,5 \cdot 10^{-19}$
Sb în Ag	293	$3,5 \cdot 10^{-25}$
Al în Cu	293	$1,3 \cdot 10^{-34}$
Cd în Cu	293	$2,7 \cdot 10^{-15}$

5.2.5. Difuziunea turbulentă

Așa cum se știe, în cazul curgerii turbulente, valorile locale ale parametrilor care caracterizează proprietatea transportată nu sunt constante, ci variază continuu ca mărime și sens. Statistic, valoarea instantanee a unui parametru se poate exprima ca sumă a valorii medii temporale și a valorii fluctuației acestuia. Pentru viteză, temperatură și concentrație se poate scrie:

$$v_x = \tilde{v}_x + v_x'; \quad T = \tilde{T} + T'; \quad \tilde{C}_A + C_A' \quad (5.59)$$

unde $\tilde{v}_x, \tilde{T}, \tilde{C}_A$ reprezintă medii temporale ale valorilor într-un punct dat, iar v_x', T', C_A' reprezintă valorile instantanee ale fluctuațiilor (a se vedea și volumul I, paragraful 3.4.2.1.).

Așa cum fluctuațiile vitezei conduc la un transport suplimentar de impuls, în mod similar, fluctuațiile concentrației conduc la un transport suplimentar de substanță prin mecanism turbulent. Dacă curgerea fluidului are loc pe direcția x , fluxul net mediu de component **A** transferat prin mecanism turbulent se scrie într-o formă similară legii lui Fick:

$$j_{A,T} = -D_T \cdot \frac{d\tilde{C}_A}{dy} \quad (5.60)$$

în care D_T este coeficientul de difuziune turbulentă, numit și difuzivitate de turbulentă.

Considerând transferul de substanță în direcția y perpendicular pe direcția de curgere (x) prin difuziune moleculară și turbulentă (în absența convecției), fluxul de substanță total va fi:

$$j_{A,tot} = j_{A,y} + j_{A,T} = -(D_{AB} + D_T) \cdot \frac{d\tilde{C}_A}{dy} \quad (5.61)$$

Considerând turbulența deplin dezvoltată și neglijând ponderea mecanismului molecular cu excepția zonei de lângă perete (interfață) rezultă un profil universal de concentrații, analog profilului universal de viteze:

$$j_{A,tot} = -D_T \cdot \frac{d\tilde{C}_A}{dy} \quad (5.62)$$

Pentru calculul coeficienților de difuziune turbulentă există relativ puține relații de calcul, iar acestea au un grad de precizie mai scăzut decât al relațiilor de calcul pentru coeficienții de difuziune moleculară.

În curgerea turbulentă, în direcția curgerii, transportul de masă prin mecanism turbulent se datorează și amestecării axiale, definite prin **coeficientul de difuzie axială** (numit și coeficient de amestecare axială sau coeficient de dispersie longitudinală), D_L . Deoarece acest coeficient include atât coeficientul de difuziune moleculară D_{AB} cât și coeficientul de difuziune

turbulentă D_T , dar și aspectele de dispersie datorate formeii profilului de curgere, întotdeauna $D_L > D_T$.

În afară de turbulența care se manifestă în întreaga masă a fluidului, pentru mecanismul turbulent de transfer de masă interesează și **turbulența interfacială**. Aceasta apare ca rezultat al instabilității hidrodinamice a interfeței, determinată de trei cauze principale:

1. diferențe între mărimea și direcția vitezelor celor două (apar vortexuri);
2. diferențe între densitățile celor două faze care variază, lângă interfață, cu temperatura și concentrația;
3. variația tensiunii interfaciale cu concentrația și temperatura, fapt care conduce la apariția vortexurilor (efectul **Marangoni**).

Turbulența interfacială conduce la fluxuri de transfer de masă mult mai mari decât în cazul difuziunii moleculare. De exemplu, dacă o soluție de 10% metanol în toluen este turnată lent, fără amestecare, peste un strat de apă, datorită tensiunii interfaciale care apare, se formează aproape instantaneu o emulsie de apă în faza organică, faza apoasă rămânând clară: în cazul menționat, transferul de masă poate fi urmărit vizual.

5.2.6. Difuziunea convectivă. Ecuația diferențială a difuziunii

Mecanismul convectiv de transport de masă se manifestă în fluidele aflate în mișcare, iar intensitatea sa depinde atât de proprietățile de transport, cât și de caracteristicile dinamice ale fluidului. Difuziunea convectivă este mult mai intensă decât difuziunea moleculară.

S-a calculat că un strat de apă de 0,75 m plasat peste un strat de soluție salină de 0,75 m grosime, într-un rezervor de 1,5 m diametru, atinge, datorită difuziunii moleculare și în absența altor fenomene (convecție, agitare mecanică) o concentrație uniformă într-un timp, teoretic, infinit. După trecerea a 10 ani, concentrația la suprafața lichidului este de 87,5% din valoarea terminală. Se atinge 99% din această concentrație după încă 18 ani. În schimb, o agitare moderată a lichidului din recipient, de exemplu cu un agitator rotit cu 0,5 rot/sec., conduce la omogenizarea compoziției stratului lichid în mai puțin de un minut. Mecanismele de transfer de masă care grăbesc omogenizarea lichidului (difuziunea turbulentă, convecția) nu exclud difuziunea moleculară care rămâne prezentă, cu o contribuție practic neglijabilă.

Transportul de substanță prin mecanism convectiv se datorează deplasării globale a fluidului și se exprimă în funcție de viteza medie locală.

Fluxul masic transferat prin difuziune convectivă este dat de produsul dintre debitul total de fluid și concentrația în amestec a speciei moleculare transferate:

$$J_A = m_V \cdot C_A = v \cdot S \cdot C_A \quad [\text{kg/s}] \quad (5.63)$$

unde m_V reprezintă debitul volumic de fluid (m^3/s), v este viteza medie a fluidului (m/s), iar S este aria secțiunii de curgere (m^2). Concentrația solutului **A** este exprimată în kg/m^3 . Fluxul unitar masic va fi deci:

$$j_A = v \cdot C_A \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (5.64)$$

Denumirea de **transfer de masă convectiv** s-a încetățenit în literatură pentru transferul de masă între două fluide nemiscibile aflate în mișcare sau între un fluid în mișcare și o suprafață solidă în repaus. În aceste cazuri, fluxul total J_A (denumit **convectiv**) de substanță transportată să se exprime printr-o ecuație generală, analogă relației lui **Newton** din transferul termic:

$$J_A = k_c \cdot \Delta C_A \quad (5.65)$$

în care k_c este coeficientul individual de transfer de masă iar ΔC_A reprezintă diferența dintre concentrația solutului **A** la interfață și concentrația (medie) a acestuia în masa fluidului în mișcare (când transferul de substanță are loc la interfață).

Descrierea matematică a procesului de difuziune convectivă o face așa-numita ecuație diferențială a difuziunii sau ecuația diferențială a distribuției concentrației într-un fluid aflat în mișcare. Această ecuație corespunde ecuației câmpului de temperatură din transferul de căldură prin convecție.

Se consideră un sistem binar izoterm compus din speciile moleculare **A** și **B**, în care se izolează un element de volum $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ (fig. 5.7). Pentru simplificare se consideră procesul neînsoțit de procese de transformare: nu se generează și nu se consumă din elementul de volum molecule de component **A** prin reacții chimice. În elementul de volum, componentul **A** intră (iese) prin fețele paralelipipedului prin două mecanisme:

- prin difuziune convectivă inițiată de curgerea fluidului prin elementul de volum;
- prin difuziune moleculară cauzată de gradientul de concentrație.

Legea conservării masei aplicată componentului **A** în elementul de volum se poate scrie sub forma următoarei ecuații de bilanț:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Flux de A acumulat prin} \\ \text{difuziune convectiva} \\ \text{si moleculara} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Flux de A intrat prin} \\ \text{difuziune convectiva} \\ \text{si moleculara} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Flux de A iesit prin} \\ \text{difuziune convectiva} \\ \text{si moleculara} \end{array} \right] \quad (5.66)$$

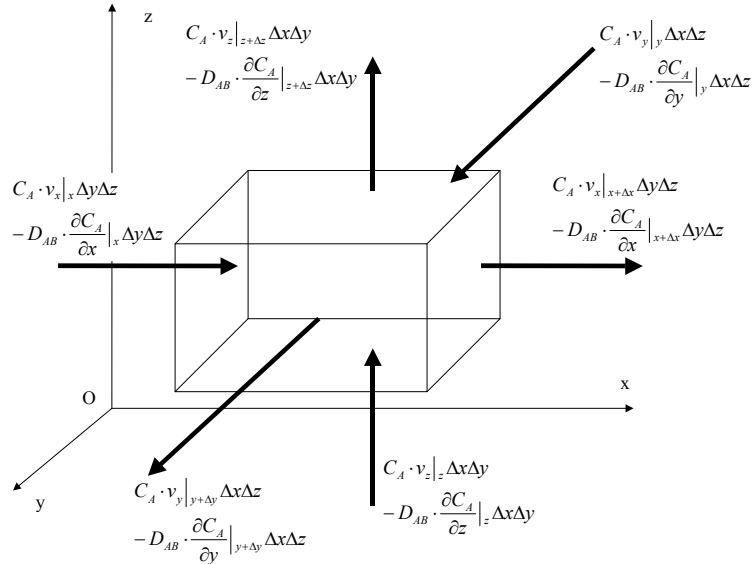


Fig. 5.7. Volum elementar pentru deducerea ecuației diferențiale a difuziunii

Fluxul de component **A** acumulat în elementul de volum prin cele două mecanisme de difuziune are expresia:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} \cdot \Delta V = \frac{\partial C_A}{\partial t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (5.67)$$

Fluxul de **A** care intră printr-o față a paralelipipedului în elementul de volum prin mecanism convectiv este dat de produsul dintre concentrația componentului **A** (kg/m³ sau kmoli/m³), viteza fluidului pe direcția respectivă și aria suprafeței prin care are loc transferul:

$$\begin{aligned} &\text{- pe direcția } x: C_A \cdot v_x |_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ &\text{- pe direcția } y: C_A \cdot v_y |_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z \\ &\text{- pe direcția } z: C_A \cdot v_z |_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (5.68)$$

Fluxul de **A** care intră printr-o față a paralelipipedului în elementul de volum prin mecanism molecular este dat de legea I a lui Fick:

$$\begin{aligned} &\text{- pe direcția } x: -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} |_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ &\text{- pe direcția } y: -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} |_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z \\ &\text{- pe direcția } z: -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} |_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (5.69)$$

În mod similar se pot scrie expresiile fluxurilor ieșite din elementul de volum prin mecanism convectiv:

$$\begin{aligned} - \text{pe direcția } x: & C_A \cdot v_x \Big|_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ - \text{pe direcția } y: & C_A \cdot v_y \Big|_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z \\ - \text{pe direcția } z: & C_A \cdot v_z \Big|_{z+\Delta z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (5.70)$$

respectiv prin mecanism molecular:

$$\begin{aligned} - \text{pe direcția } x: & -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ - \text{pe direcția } y: & -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} \Big|_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z \\ - \text{pe direcția } z: & -D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} \Big|_{z+\Delta z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (5.71)$$

Înlocuind ecuațiile (5.67 – 5.71) în ecuația de bilanț (5.66), după trecere la limită și împărțirea tuturor factorilor cu ΔV se obține ecuația:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A}{\partial t} = & - \left[\frac{\partial}{\partial x} (C_A \cdot v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (C_A \cdot v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (C_A \cdot v_z) \right] + \\ & + D_{AB} \cdot \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (5.72)$$

Diferențiind și regrupând termenii, ecuația (5.72) se scrie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} + C_A \cdot \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \\ = D_{AB} \cdot \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (5.73)$$

sau, ținând cont că suma primilor patru termeni din membrul stâng reprezintă derivata substanțială a concentrației componentului **A**:

$$\frac{DC_A}{dt} + C_A \cdot \nabla v = D_{AB} \cdot \nabla^2 C_A \quad (5.74)$$

Ecuația (5.74) este **ecuația diferențială a difuziunii**, ecuație care redă profilul concentrației componentului **A** într-un fluid aflat în mișcare nestaționară. În această formă, ecuația nu poate fi integrată analitic. Pentru diverse cazuri particulare, ecuația diferențială a difuziunii capătă forme mai simple.

Dacă fluidul este incompresibil, atunci $\nabla v = 0$ și (5.74) devine:

$$\frac{DC_A}{dt} = D_{AB} \cdot \nabla^2 C_A \quad (5.75)$$

Dacă fluidul se află în repaus, $v_x = v_y = v_z = 0$ și ecuația (5.74) devine:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \cdot \nabla^2 C_A \quad (5.76)$$

Pentru difuziune unidirecțională într-un fluid incompresibil, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, $v_y = v_z = 0$, și ecuația (5.74) devine:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \quad (5.77)$$

În cazul curgerii în regim staționar apar condițiile suplimentare:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (5.78)$$

iar ecuațiile (5.75) – (5.77) se scriu respectiv:

$$v_x \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \cdot \nabla^2 C_A \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} = 0 \quad (5.80)$$

$$\frac{d^2 C_A}{dx^2} = 0 \quad (5.81)$$

Ecuația (5.76) scrisă sub forma desfășurată:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \cdot \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] \quad (5.82)$$

se utilizează pentru descrierea transportului difuzional de substanță în solide, în lichide staționare și pentru difuziunea echimoleculară în contracurent în gaze. Ea este cunoscută sub numele de **legea a II-a a lui Fick**.

5.2.7. Ecuații criteriale ale difuziunii

Ecuația diferențială a difuziunii într-un mediu mobil (5.74) nu are soluții analitice. Există soluții analitice exacte pentru unele cazuri simple sau simplificate, cum ar fi, de exemplu, transferul de masă de la o placă plană la un fluid în curgere laminară în lungul acesteia. Pentru alte situații, ca de exemplu transferul de masă în stratul limită laminar, transferul de masă de la un gaz la un film de lichid, transferul de masă în stratul limită

turbulent, se pot găsi soluții aproximative, prin rezolvarea separată a ecuațiilor curgerii, respectiv difuziunii.

Când integrarea – analitică sau numerică, exactă sau aproximativă – a ecuațiilor diferențiale ale difuziunii nu este posibilă, se face apel la analiza dimensională și la teoria similitudinii. Criteriile de similitudine pentru transferul de masă se pot obține, așa cum s-a arătat în capitolul 2, fie direct din ecuația diferențială a difuziunii, fie făcând apel la analiza dimensională prin aplicarea teoremei π .

Ecuația diferențială a difuziunii (5.73) se poate scrie sub forma ecuației diferențiale generalizate:

$$\underbrace{\left[\frac{C_A}{t} \right]}_{\text{I}} + \underbrace{\left[\frac{v \cdot C_A}{l} \right]}_{\text{II}} + \underbrace{\left[\frac{D_{AB} \cdot C_A}{l^2} \right]}_{\text{III}} = 0 \quad (5.83)$$

Termenul **I** reprezintă cantitatea de substanță acumulată în unitatea de timp. Acest termen se mai poate scrie sub forma:

$$\left[\frac{C_A}{t} \right] = \left[\frac{k \cdot C_A}{l} \right] \quad (5.84)$$

în care k este un coeficient parțial de transfer de masă exprimat în m/s. Cu această substituție, ecuația (5.83) devine:

$$\underbrace{\left[\frac{k \cdot C_A}{l} \right]}_{\text{I}} + \underbrace{\left[\frac{v \cdot C_A}{l} \right]}_{\text{II}} + \underbrace{\left[\frac{D_{AB} \cdot C_A}{l^2} \right]}_{\text{III}} = 0 \quad (5.85)$$

Raportul dintre termenii **I** și **III** reprezintă raportul dintre fluxul total de substanță și fluxul de substanță transferat prin mecanism molecular:

$$\begin{aligned} \frac{\text{I}}{\text{III}} &= \frac{\text{Flux total de substanța}}{\text{Flux transferat prin mecanism molecular}} = \\ &= \frac{k \cdot C_A}{l} \cdot \frac{l^2}{D_{AB} \cdot C_A} = \frac{k \cdot l}{D_{AB}} = \text{Sh} \end{aligned} \quad (5.86)$$

Acesta este criteriul **Sherwood**, cunoscut și drept criteriul **Nusselt difuzional** (Nu_D), datorită analogiei sale cu criteriul Nusselt din transferul termic.

Raportul dintre termenii **II** și **III** reprezintă raportul dintre fluxul de substanță transferat prin mecanism convectiv și fluxul de substanță transferat prin mecanism molecular. Acest raport este cunoscut ca fiind criteriul **Péclet difuzional** (Pe_D) analog criteriului **Péclet** din transferul termic:

$$\frac{\text{II}}{\text{III}} = \frac{\text{Flux de substanță transferat prin mecanism convectiv}}{\text{Flux de substanță transferat prin mecanism molecular}} =$$

$$= \frac{v \cdot C_A}{l} \cdot \frac{l^2}{D_{AB} \cdot C_A} = \frac{v \cdot l}{D_{AB}} = \text{Pe}_D \quad (5.87)$$

Produsul $v \cdot l$ din expresia criteriului Péclet se poate elimina prin împărțire la criteriul Reynolds:

$$\frac{\text{Pe}}{\text{Re}} = \frac{v \cdot l}{D_{AB}} \cdot \frac{\mu}{\rho \cdot v \cdot l} = \frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \text{Sc} \quad (5.88)$$

Se obține în acest mod criteriul **Schmidt**, cunoscut și sub denumirea de criteriul **Prandtl difuzional** (Pr_D), prin analogie cu criteriul Prandtl din transferul termic. Ca și criteriul **Pr**, criteriul **Sc** este funcție numai de proprietățile fluidului.

Deoarece transferul de masă are loc concomitent cu transferul de impuls, funcția criterială va include, după caz, criteriile **Re**, **Fr**, **Gr**, precum și simplecșii geometrice ($G_1, G_2, \dots$). La modul general, ecuația criterială a transferului de masă are forma:

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Re}, \text{Fr}, G_1, G_2, \dots) \quad (5.89)$$

În cazul convecției forțate, criteriul **Fr** se neglijează, ecuația (5.89) devenind:

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Re}, G_1, G_2, \dots) \quad (5.90)$$

În cazul transferului de masă prin convecție liberă, criteriul Froude se înlocuiește cu criteriul Grashoff difuzional (Gr_D), iar (5.89) devine:

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Gr}_D, G_1, G_2, \dots) \quad (5.91)$$

În cazul sistemelor asemenea din punct de vedere geometric, relațiile (5.90) și (5.91) devin:

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Re}) \quad \text{respectiv} \quad (5.92)$$

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Gr}_D)$$

care pot fi scrise și sub formele:

$$\text{Sh} = C \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Sc}^n \quad (5.93)$$

$$\text{Sh} = C \cdot \text{Gr}_D^m \cdot \text{Sc}^n$$

Când au loc simultan fenomene de transfer de masă și căldură, se utilizează **criteriul Lewis** (**Le**). Acesta reprezintă raportul dintre fluxul termic transferat prin conductivitate și fluxul de substanță transferat prin mecanism molecular:

$$\text{Le} = \frac{\text{Pe}_D}{\text{Pe}} = \frac{v \cdot l}{D_{AB}} \cdot \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot v \cdot l} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot D_{AB}} \quad (5.94)$$

FENOMENE DE TRANSFER

Pentru stabilirea ecuației criteriale a transferului de masă folosind teorema π se consideră următoarele două exemple.

Exemplul 1.

Să se găsească grupurile adimensionale care intervin în cazul transferului de masă la curgerea în contracurent a unui gaz printr-o coloană cu pereți udați. Se apreciază că fenomenul este influențat de mărimile redată în tab. 5.10, iar lungimea caracteristică este diametrul coloanei.

Tab. 5.10. Mărimi care influențează transferul de masă în curgere forțată

Mărime	Simbol	Formulă dimensională
diametrul coloanei	d	L
viteza gazului	v	$L \cdot T^{-1}$
densitatea gazului	ρ	$M \cdot L^{-3}$
viscozitatea gazului	μ	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$
coeficientul de difuziune	D	$L^2 \cdot T^{-1}$
coeficientul de transfer de masă	k	$L \cdot T^{-1}$

Deoarece sunt $m = 6$ mărimi fizice și constante dimensionale și $n = 3$ mărimi fundamentale (M, L, T), în conformitate cu teorema π (vezi cap. 2) se vor obține $i = m - n = 3$ grupuri π , fenomenul fiind descris de ecuația:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \quad (5.95)$$

Pentru formarea grupurilor adimensionale π se aleg primele trei mărimi, d , v , ρ ca mărimi comune, la care se adaugă, pe rând, câte una din celelalte, toate afectate de exponenții a_i , b_i , c_i , d_i . Se obțin astfel expresiile:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= d^{a_1} \cdot v^{b_1} \cdot \rho^{c_1} \cdot \mu^{d_1} \\ \pi_2 &= d^{a_2} \cdot v^{b_2} \cdot \rho^{c_2} \cdot D^{d_2} \\ \pi_3 &= d^{a_3} \cdot v^{b_3} \cdot \rho^{c_3} \cdot k^{d_3} \end{aligned} \quad (5.96)$$

În formă dimensională, cele trei grupuri sunt:

$$\begin{aligned} [\pi_1] &= M^{(c_1+d_1)} \cdot L^{(a_1+b_1-3c_1-d_1)} \cdot T^{(-b_1-d_1)} \\ [\pi_2] &= M^{(c_2)} \cdot L^{(a_2+b_2-3c_2-d_2)} \cdot T^{(-b_2-d_2)} \\ [\pi_3] &= M^{(c_3)} \cdot L^{(a_3+b_3-3c_3-d_3)} \cdot T^{(-b_3-d_3)} \end{aligned} \quad (5.97)$$

Din condiția de adimensionalitate a grupurilor π se obțin următoarele valori ale exponenților:

$$\begin{aligned} a_1 &= c_1; & b_1 &= c_1; & d_1 &= -c_1 \\ a_2 &= b_2; & d_2 &= -b_2; & c_2 &= 0 \\ a_3 &= 0; & b_3 &= -d_3; & c_3 &= 0 \end{aligned} \quad (5.98)$$

care înlocuite în expresiile grupurilor π conduc la:

$$\pi_1 = \left(\frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \right)^{c_1} = \text{Re}^{c_1}; \quad \pi_2 = \left(\frac{v \cdot d}{D} \right)^{b_2} = \text{Pe}_D^{b_2}; \quad \pi_3 = \left(\frac{k}{v} \right)^{d_3} \quad (5.99)$$

Conform teoremei π , transferul de masă prin convecție forțată este descris de ecuația generală:

$$f \left[\text{Re}^{c_1}, \text{Pe}_D^{b_2}, \left(\frac{k}{v} \right)^{d_3} \right] = 0 \quad (5.100)$$

în care, deoarece exponenții sunt arbitrari, se pot efectua următoarele rearanjări:

$$\begin{aligned} \text{Sh} &= \frac{k}{v} \cdot \frac{v \cdot d}{D} = \frac{k \cdot d}{D} \\ \text{Sc} &= \frac{\text{Pe}}{\text{Re}} = \frac{v \cdot d}{D} \cdot \frac{\mu}{\rho \cdot v \cdot d} = \frac{\nu}{D} \end{aligned} \quad (5.101)$$

astfel încât funcția generală ia forma:

$$\text{Sh} = f(\text{Sc}, \text{Re}) \text{ sau :} \quad (5.102)$$

$$\text{Sh} = C \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Sc}^n$$

care este identică cu forma redată de relațiile (5.92a) și (5.93a) obținute pornind de la ecuația diferențială a difuziunii.

Exemplul 2.

Transferul de masă prin convecție naturală apare atunci când în fluidul considerat se produce o diferență de densitate cauzată de o diferență de concentrație. Se consideră transferul de masă de la un perete plan vertical la un fluid adiacent în convecție naturală. Lungimea caracteristică se va considera înălțimea H a peretelui. Variabilele care influențează procesul sunt redate în tab. 5.11.

Tab. 5.11. Mărimi care influențează transferul de masă în convecția liberă

Mărime	Simbol	Formulă dimensională
înălțimea peretelui	H	L
densitatea fluidului	ρ	$M \cdot L^{-3}$
viscozitatea fluidului	μ	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$
coeficientul de difuziune	D	$L^2 \cdot T^{-1}$
forța ascensională	$g \cdot \beta_D \cdot \Delta y_A$	$L \cdot T^{-2}$
coeficientul de transfer de masă	k	$L \cdot T^{-1}$

Ca și în exemplul anterior, $i = m - n = 3$, astfel încât procesul va fi descris de relația generală:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \quad (5.103)$$

Alegând drept mărimi comune mărimile H, μ, ρ și utilizând tehnica folosită în exemplul anterior, se obțin următoarele grupuri adimensionale:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= H^{a_1} \cdot \mu^{b_1} \cdot \rho^{c_1} \cdot (g \cdot \beta_D \cdot \Delta y_A)^{d_1} \\ \pi_2 &= H^{a_2} \cdot \mu^{b_2} \cdot \rho^{c_2} \cdot D^{d_2} \\ \pi_3 &= H^{a_3} \cdot \mu^{b_3} \cdot \rho^{c_3} \cdot k^{d_3} \end{aligned} \quad (5.104)$$

Înlocuind mărimile fizice cu formulele lor dimensionale și punând condiția de adimensionalitate a grupurilor π anterior definite, se obțin următoarele relații între exponenți:

$$\begin{aligned} a_1 &= 3d_1; \quad b_1 = -2d_1; \quad c_1 = 2d_1 \\ a_2 &= 0; \quad b_2 = -d_2; \quad c_2 = d_2 \\ a_3 &= d_3; \quad b_3 = -d_3; \quad c_3 = d_3 \end{aligned} \quad (5.105)$$

Grupurile adimensionale π vor fi:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \left(\frac{H^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta_D \cdot \Delta y_A}{\mu^2} \right)^{d_1} = \text{Gr}_D^{d_1} \\ \pi_2 &= \left(\frac{\rho \cdot D}{\mu} \right)^{d_2} = \text{Sc}^{-d_2} \\ \pi_3 &= \left(\frac{H \cdot \rho \cdot k}{\mu} \right)^{d_3} \end{aligned} \quad (5.106)$$

Operând transformarea:

$$\text{Sh} = \frac{H \cdot \rho \cdot k}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\rho \cdot D} \quad (5.107)$$

relația generală (5.103) devine:

$$\begin{aligned} \text{Sh} &= f(\text{Sc}, \text{Gr}_D) \text{ sau :} \\ \text{Sh} &= C \cdot \text{Sc}^m \cdot \text{Gr}_D^n \end{aligned} \quad (5.108)$$

identică cu relațiile (5.92b) și (5.93b) obținute pornind de la ecuația diferențială a difuziunii.

5.3. DIFUZIUNEA ÎNTR-O SINGURĂ FAZĂ

După cum s-a mai menționat, unul din scopurile principale ale difuziunii este separarea unui amestec prin trecerea unui component dintr-o fază în alta. Mecanismul prin care substanța ajunge și pleacă de la interfața care separă cele două faze aflate în contact nu poate fi considerat transfer de masă.

5.3.1. Difuziunea într-un amestec binar de gaze

Dacă într-o regiune a unui volum de gaz există o diferență de concentrație, componentele gazului vor difuza tinzând să uniformizeze compoziția amestecului. Considerând gazul format din componentele **A** și **B** și aplicând legea lui Fick, difuziunea celor două componente pe direcția x va fi dată de ecuațiile:

$$\begin{aligned} J_A &= -D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dx} \\ J_B &= -D_{BA} \cdot \frac{dC_B}{dx} \end{aligned} \quad (5.109)$$

în care D_{AB} este coeficientul de difuziune al lui **A** în **B**, iar D_{BA} este coeficientul de difuziune al lui **B** în **A**. După cum reiese din ecuația (5.36), acești doi coeficienți sunt egali:

$$D_{AB} = D_{BA} = D \quad (5.110)$$

În ipoteza că **A** și **B** sunt gaze ideale, se poate scrie:

$$\begin{aligned} p_A \cdot V &= n_A \cdot \mathfrak{R} \cdot T \\ p_A &= \frac{n_A}{V} \cdot \mathfrak{R} \cdot T = C_A \cdot \mathfrak{R} \cdot T \end{aligned} \quad (5.111)$$

respectiv:

$$\begin{aligned} p_B \cdot V &= n_B \cdot \mathfrak{R} \cdot T \\ p_B &= \frac{n_B}{V} \cdot \mathfrak{R} \cdot T = C_B \cdot \mathfrak{R} \cdot T \end{aligned} \quad (5.112)$$

în care p_A , p_B reprezintă presiunile parțiale ale celor doi componenți; n_A , n_B reprezintă numărul de moli de component **A**, respectiv **B**; C_A , C_B reprezintă respectiv concentrațiile molare ale celor doi componenți; V este volumul total al amestecului gazos, T este temperatura absolută, iar $\mathfrak{R}$ este constanta universală a gazelor.

Presiunea totală în sistem va fi:

$$P = p_A + p_B \quad (5.113)$$

ceea ce permite să se scrie:

$$dp_A = -dp_B \quad (5.114)$$

Înlocuind (5.111) – (5.114) în (5.109) și ținând cont că fluxurile de componenți sunt fluxuri molare, rezultă:

$$\begin{aligned} J_A = N_A &= -\frac{D}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot \frac{dp_A}{dx} \\ J_B = N_B &= +\frac{D}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot \frac{dp_B}{dx} \end{aligned} \quad (5.115)$$

adică:

$$N_A = -N_B \quad (5.116)$$

Rezultă că, într-un amestec binar, **difuziunea componenților este echimoleculară și în contracurent.**

Integrând ecuațiile (5.115) se obține:

$$\begin{aligned} N_A &= \frac{D}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot \frac{p_{A,1} - p_{A,2}}{x_2 - x_1} \\ N_B &= \frac{D}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot \frac{p_{A,2} - p_{A,1}}{x_2 - x_1} = -\frac{D}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot \frac{p_{B,2} - p_{B,1}}{x_2 - x_1} \end{aligned} \quad (5.117)$$

în care indicii 1 și 2 se referă la două puncte ale amestecului.

5.3.2. Procedee de separare bazate pe difuziunea într-o singură fază

Aceste procedee sunt aplicate fie ca metode de purificare (topire zonală, osmoză, etc.), fie ca metode de separare a izotopilor cu mase atomice mai mari de 40, când procedeele convenționale nu sunt utilizabile.

5.3.2.1. Difuziunea moleculară sub gradient termic

Gradientii termici fac să apară în masa unui gaz fenomenul de difuziune moleculară. Moleculele mai grele se concentrează în zonele mai reci ale masei de gaz, în timp ce moleculele ușoare se concentrează în zonele mai calde. Dacă moleculele au aceeași masă moleculară, în zonele reci se concentrează moleculele cu diametru mai mare, în zonele calde concentrându-se moleculele cu diametru mai mic.

Separarea unui amestec gazos sub influența unui gradient termic poartă denumirea de **termodifuziune**.

O coloană de termodifuziune (fig. 5.8) este formată din doi cilindri verticali, coaxiali, între aceștia existând un spațiu inelar foarte îngust, denumit spațiu de difuziune. Cilindrul interior este încălzit, iar cel exterior este răcit, între cei doi cilindri existând o cădere de temperatură de câteva sute de kelvini. Din cauza temperaturii diferite a pereților, apar simultan două categorii de fluxuri: unul de difuziune radială a moleculelor mai grele dinspre peretele interior (cald) spre peretele exterior (rece) și unul convectiv formați din curenți verticali de sens opus. Curentul din vecinătatea peretelui cald este ascendent, iar cel de lângă peretele rece este descendent. Apariția curenților convectivi se datorează diferenței de masă moleculară, respectiv de densitate. Mișcarea radială a moleculelor face posibilă separarea amestecului în componente, în timp ce curenții de convecție permit evacuarea din aparat a celor două fracțiuni (greă și ușoară).

Termodifuziunea este utilizată pentru separări dificile, cum ar fi separările izotopilor oxigenului, kriptonului, neonului, argonului, clorului, hidrogenului.

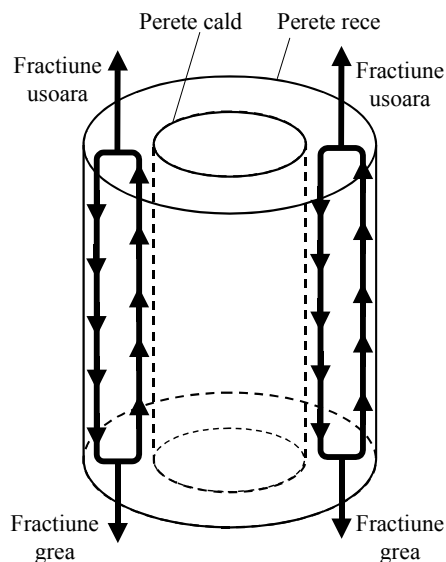


Fig. 5.8. Principiul separării prin termodifuziune

5.3.2.2. Difuziunea moleculară sub gradient de presiune

Moleculele din specii diferite dintr-un amestec se pot separa dacă, în recipientul care conține amestecul, se creează un gradient de presiune de valoare ridicată. De obicei, pentru separarea amestecurilor gazoase, gradientul de presiune se realizează fie prin intermediul unui câmp de forțe centrifugale, fie prin intermediul unor jeturi de gaz având viteze foarte mari.

În primul caz, separarea se realizează în tamburul ultracentrifugelor. Sub acțiunea forței centrifuge, moleculele cu masă mai mare se deplasează spre periferia recipientului aflat în rotație, în timp ce moleculele cu masă mai mică se deplasează spre axul recipientului.

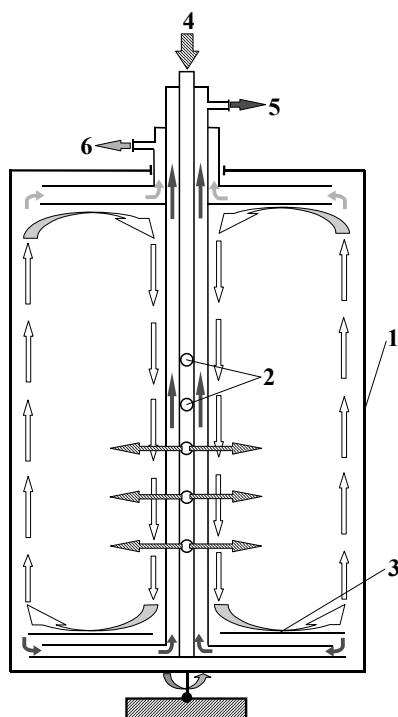


Fig. 5.9. Ultracentrifuga Zippe

1 – tambur rotativ; 2 – orificii de alimentare;
3 – șicană rotativă; 4 – alimentare; 5 – evacuare
fracțiune ușoară; 6 – evacuare fracțiune grea.

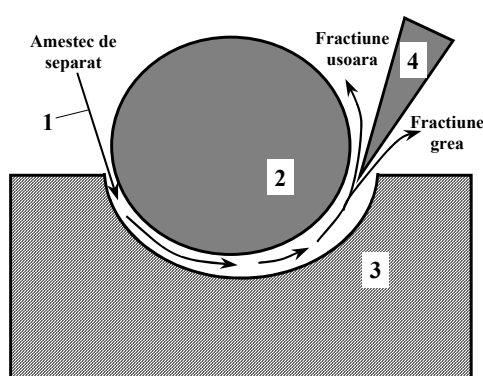


Fig. 5.10. Principiul jetului separator

1 – jet de gaz; 2, 3 – suprafețe curbe;
4 – lamă de separare.

Performanțele ultracentrifugelor cresc dacă se realizează o circulație a fracțiilor în contracurent, cu ajutorul unor pompe, al unui gradient termic, sau al unor elemente fixe de dirijare a curenților. Deși principiul de separare este simplu, transpunerea în practică este dificilă, fiind necesare aparate care să funcționeze la rotații foarte mari, aparate care necesită materiale de construcție cu rezistență mecanică deosebit de ridicată. Într-o centrifugă Zippe (fig. 5.9), cu tambur având lungimea de până la 3 m și raza între 4 și 22 cm, se pot atinge viteze periferice de ordinul a 420 m/s (tambur din titan) și chiar 527 m/s (tambur armat cu fibră de sticlă), care permit separarea izotopică a argonului, kriptonului, xenonului, uraniului (ca hexafluorură).

În al doilea caz, amestecul care trebuie separat este injectat cu viteză supersonică expandând între două suprafețe curbe, de secțiune variabilă (fig. 5.10). Datorită vitezei foarte mari a curentului de gaz și formei secțiunii de curgere, componentul greu se acumulează la peretele exterior, iar cel ușor la peretele interior. Efectul de separare la o singură trecere fiind redus, se utilizează mai multe trepte în serie. Procedul are dezavantajul unui consum energetic ridicat.

5.3.2.3. Difuziunea de masă

Difuziunea de masă sau **atmoliza** este specifică separării unor amestecuri de gaze. Separarea componentelor amestecului se realizează datorită diferenței dintre valorile coeficienților de difuziune moleculară ai fiecăruia într-un alt component gazos, corespunzător ales.

Schema de principiu a separării prin atmoliză este redată în fig. 5.11.

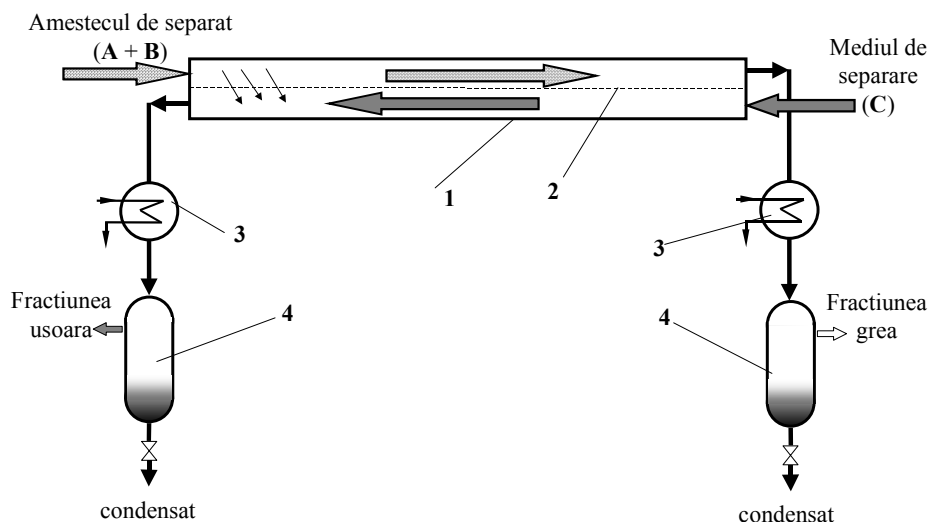


Fig. 5.11. Schema de principiu a separării prin difuziune de masă

1 – celulă de difuziune; 2 – perete poros;
3 – condensatoare; 4 – separatoare de condensat.

Celula de difuziune este despărțită printr-un perete poros în două spații: prin unul din aceste spații trece amestecul de separat (**A + B**) iar prin celălalt - în contracurent – mediul în care are loc separarea (**C**), uzual abur. Peretele poros al celulei de difuziune nu are rol un separator ci numai unul pur hidrodinamic. Componentul **A**, cu coeficient de difuziune D_{AC} mai mare va trece mai repede decât componentul **B** prin peretele poros. La ieșire, amestecul va fi mai sărac în component **A** decât la intrare, iar componentul **C** va conține componentii **A** și **B** într-un raport de concentrații favorabil componentului **B**. O parte din componentul **C** va difuza prin peretele poros. Se obțin în final două fracțiuni în care concentrația componentelor **A** și **B** este diferită de cea inițială. Deoarece o singură trecere prin celula de difuziune este de cele mai multe ori insuficientă, se utilizează separatoare cu mai multe celule, conectate conform schemei din fig. 5.12.

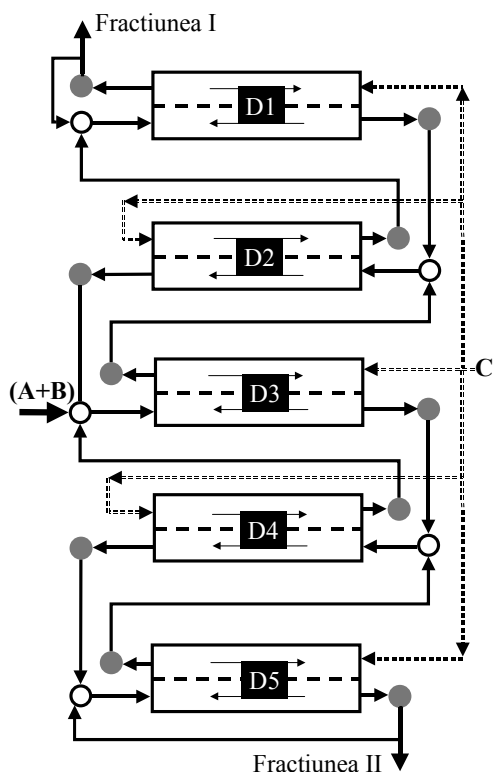


Fig. 5.12. Separator multiplu prin difuziune de masă (principiu)

D1 - D5 – celule de difuziune;

○ - pompe; ● - condensatoare.

Îmbogățirea în component A, de exemplu, rezultă din expresiile fluxurilor molare ale componentilor:

$$J_A = -D_{A,C} \cdot \frac{dC_A}{dx} \quad (5.118)$$

$$J_B = -D_{B,C} \cdot \frac{dC_B}{dx}$$

Întrucât, așa cum s-a arătat anterior:

$$C_A + C_B = C = ct. \quad (5.119)$$

$$dC_B = -dC_A$$

expresia fluxului de component B devine:

$$J_B = D_{B,C} \cdot \frac{dC_A}{dx} \quad (5.120)$$

Comparând relația (5.118) cu relația (5.120), rezultă evident îmbogățirea în A a componentului C dacă este îndeplinită condiția:

$$D_{A,C} > D_{B,C} \quad (5.121)$$

Metoda difuziunii de masă se aplică la separarea izotopilor carbonului, neonului, etc., precum și la separarea componentilor unor

amestecuri de gaze dificil de separat prin alte metode: heliu – neon, azot – hidrogen, etc.

5.4. DIFUZIUNEA ÎNTRE DOUĂ FAZE

În secțiunile anterioare s-a discutat despre transferul de substanță în interiorul unei faze în care nu există discontinuități. În cazul mării majorități a proceselor industriale bazate pe transferul de masă, trecerea unui component dintr-o fază în alta, prin traversarea unei interfețe, este întâlnită în mod curent. De exemplu, în procesele de distilare, vaporii și lichidul se aduc în contact în coloana de fracționare, componentul mai volatil transferându-se din faza lichidă în faza de vaporii, concomitent cu transferul

componentului mai puțin volatil în sens opus, din faza de vapori în faza lichidă; este vorba aici despre o difuziune echimoleculară în contracurent. În cazul proceselor de absorbție, gazul solubil difuzează către suprafața lichidului (interfața gaz – lichid), se dizolvă și apoi difuzează în volumul fazei lichide. Partea din faza gazoasă insolubilă în lichid (inertul, gazul purtător, etc.) nu se transferă practic în lichid. Și în cazul unor procese care implică două faze lichide nemiscibile sau un lichid și un solid apare fenomenul de traversare a interfeței de către unul sau mai mulți componenți. Astfel, în procesele de extracție lichid – lichid, solutul dintr-un lichid se transferă în extractant, iar în procesele de dizolvare a cristalelor, solutul se transferă în faza lichidă prin interfața solid – lichid.

În toate exemplele prezentate anterior, procesele sunt caracterizate de faptul că apare un transfer de substanță printr-o interfață. Întrucât la interfață nu se acumulează substanță, rezultă că viteza de transfer de fiecare parte a interfeței este aceeași și deci gradientii de concentrație se modifică în așa fel încât să fie permanent proporționali cu rezistența la transfer din faza respectivă. În general, transferul interfazic are loc în trei etape succesive:

1. Difuziunea componentului care se transferă din masa fazei spre interfață;
2. Traversarea interfeței;
3. Difuziunea componentului transferat de la interfață către interiorul celeilalte faze.

Transferul de substanță în interiorul fiecărei faze este determinat de existența unui gradient de concentrație față de interfață, ca urmare a absenței echilibrului între fazele contactate. La echilibru, schimbul net de substanță între cele două faze încetează, iar concentrațiile componentului difuzionat rămân constante. Echilibrul astfel stabilit este un echilibru dinamic: transferul nu încetează, dar fluxul de solut **A**, de exemplu, care difuzează din faza 1 în faza 2 este egal cu fluxul de solut **A** care difuzează în sens invers, din faza 2 în faza 1.

Transferul de masă interfazic este un proces complex. Viteza procesului de transfer între două faze depinde de proprietățile fizice ale celor două faze, de diferența de concentrație, de aria interfeței și de gradul de turbulență al fazelor. Utilajele pentru transfer de masă sunt astfel concepute încât să ofere o suprafață de contact între faze cât mai mare și să asigure o turbulență cât mai ridicată fluidelor puse în contact. De regulă, fazele între care are loc transferul curg continuu prin utilaj, în contracurent. În majoritatea echipamentelor industriale, caracterul curgerii este atât de complex încât nu poate fi descris în termeni matematici, iar aria suprafeței de contact dintre faze nu poate fi cunoscută cu exactitate.

5.4.1. Mecanismul transferului de masă interfazic

Pentru descrierea condițiilor existente la suprafața de separație dintre faze au fost propuse mai multe modele fizice. Acestea urmăresc să coreleze parametrii specifici ai transferului de masă precum și pe cei hidrodinamici. Dintre acestea, cele mai cunoscute sunt:

- modelul celor două filme (**Withman**, 1923);
- modelul reînnoirii suprafeței (**Higbie**, 1935);
- modelul reînnoirii întâmplătoare a suprafeței (**Danckwerts**, 1951);
- modelul film – penetrație (**Toor** și **Marchello**, 1958).

5.4.1.1. Teoria celor două filme

Această teorie, cunoscută și ca “teoria stratului dublu” are la bază următoarele considerații:

- a) De ambele părți ale interfeței se formează câte un strat limită în care curgerea este laminară;
- b) Întreaga rezistență la transferul de masă într-o fază se concentrează în stratul limită corespunzător fazei respective;
- c) În stratul limită, transferul de masă are loc preponderent prin difuziune moleculară în regim staționar, iar concentrația variază liniar de la interfață către interiorul fazelor;
- d) Interfața este plană, nu variază în timp și nu opune nici o rezistență la transfer;
- e) La interfață se stabilește instantaneu echilibrul între faze;
- f) Rezistențele celor două straturi limită sunt în serie, rezistența totală la transfer fiind dată de suma rezistențelor straturilor limită;
- g) În afara straturilor limită curgere este turbulentă, iar transferul de masă decurge prin difuziune turbulentă. Concentrația solutului este practic uniformă în volumul fazelor, cunoscut fiind faptul că viteza difuziunii turbulente este mult mai mare decât viteza difuziunii moleculare.

În conformitate cu aceste considerente, în fig. 5.13 este reprezentat modelul celor două filme pentru un proces gaz – lichid (absorbție, de exemplu) în care componentul **A** din faza gazoasă este solutul care traversează interfața, transferându-se în faza lichidă alcătuită din lichidul **L**. Componentul **B** al fazei gazoase are rol de inert, el netraversând interfața și rămânând permanent în faza gazoasă.

Considerațiile decurgând din acest model vor fi utilizate pentru definirea coeficienților parțiali și totali de transfer de masă. Modelul nu permite determinarea valorii coeficienților parțiali de transfer de masă deoarece grosimile celor două filme (δ_g și δ_l) nu se cunosc și nici nu se pot măsura.

În conformitate cu acest model, coeficientul parțial de transfer de masă este direct proporțional cu coeficientul de difuziune și invers proporțional cu grosimea filmului.

Teoria celor două filme conține unele aspecte controversate, cum ar fi:

- este greu de acceptat că filmul în care se realizează efectiv schimbul de masă este staționar; chiar la viteze nu prea mari ale fazei lichide se constată turbulențe în vecinătatea interfeței;
- rezultatele experimentale dovedesc o dependență între coeficientul individual de transfer de masă (k) și coeficientul de difuziune (D) mai apropiată de proporționalitatea cu $D^{1/2}$ decât cu D , așa cum rezultă din teoria celor două filme.

Deși simplu și cu toate imperfecțiunile pe care le prezintă, acest model a permis rezolvarea multor probleme de cercetare și proiectare în ceea ce privește transferul de masă, fiind utilizat și la ora actuală. Modelul se apropie de realitate atunci când timpul necesar pentru stabilirea gradientului de concentrație este mic în comparație cu timpul de contact sau când capacitatea filmului este neglijabilă.

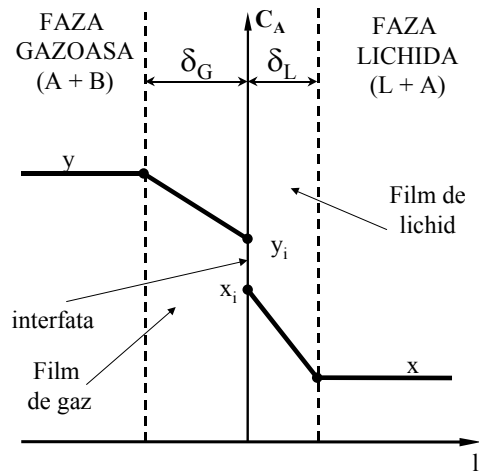


Fig. 5.13. Reprezentarea modelului celor două filme

5.4.1.2. Teoria reînnoirii suprafeței

În conformitate cu această teorie, cunoscută și sub denumirea de “**teoria penetrației**”, transferul de masă la interfața gaz – lichid se face prin intermediul unor turbioane de fluid care vin din masa fluidului și pătrund până la interfață. La interfață, turbioanele provenite din faza gazoasă sunt puse în contact pentru o perioadă de timp (aceeași pentru toate turbioanele)

cu turbioanele provenite din faza lichidă. În acest interval de timp are loc transferul de substanță între faze, prin mecanism molecular, în regim nestaționar, după care turbioanele se reîntorc în volumul fiecărei faze.

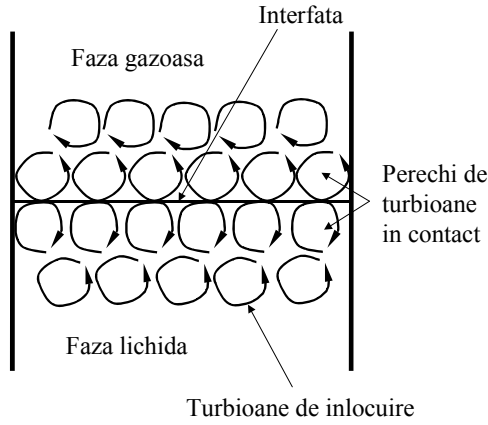


Fig. 5.14. Modelul reînnoirii suprafeței

Modelul fizic al acestui mecanism de transfer este redat în fig. 5.14. Teoria mai presupune că:

- lichidul de lângă interfață este în curgere laminară, fără gradient de viteză;
- difuziunea în direcția curgerii este neglijabilă;
- concentrația la interfață este constantă.

În aceste condiții, procesul este descris de legea a II-a a lui Fick scrisă pentru difuziunea unidirecțională [ecuația (5.77)]:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \quad (5.130)$$

cu următoarele condiții la limită:

$$\begin{aligned} \text{La } t = 0: & \quad C_A = C_{A,V} \\ \text{La } t > 0, x = 0: & \quad C_A = C_{A,i} \\ \text{La } t > 0; x = \infty: & \quad C_A = C_{A,V} \end{aligned} \quad (5.131)$$

unde cu $C_{A,V}$ s-a notat concentrația constantă din volumul fluidului, cu $C_{A,i}$ concentrația la interfață, iar cu x distanța de la interfață, în direcția în care are loc difuziunea. Soluția ecuației (5.130) redă profilul concentrației sub forma:

$$\frac{C_{A,i} - C_A}{C_{A,i} - C_{A,V}} = \text{erf} \cdot \frac{x}{2\sqrt{t \cdot D}} \quad (5.132)$$

în care erf reprezintă funcția erorilor sau funcția lui **Gauss**:

$$\text{erf} \cdot \frac{x}{2\sqrt{t \cdot D}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t \cdot D}}} e^{-\frac{x^2}{4t \cdot D}} \cdot \frac{dx}{2\sqrt{t \cdot D}} \quad (5.133)$$

În fig. 5.15 este redată variația în timp a concentrației în funcție de adâncimea de penetrație, x , în conformitate cu modelul reînnoirii suprafeței.

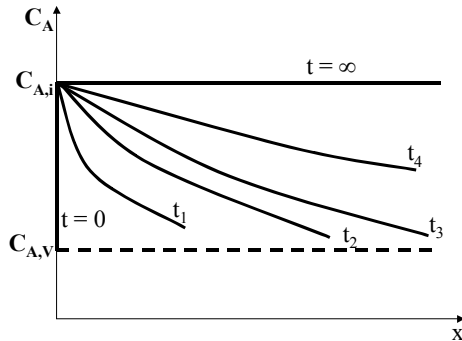


Fig. 5.15. Profilul concentrației în conformitate cu teoria reînnoirii suprafeței

Fluxul unitar de component **A** transportat la interfață se obține înlocuind (5.132) și (5.133) în ecuația de definiție a fluxului unitar (5.34), rezultând ecuația:

$$j_A = \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} (C_{A,i} - C_{A,v}) = \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} \cdot \Delta C \quad (5.134)$$

Ținând cont și de ecuația (5.65) care introduce coeficientul individual de transfer de masă, k , rezultă expresia acestuia:

$$k = \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} \quad (5.135)$$

Se poate constata pe de o parte proporționalitatea dintre k și $D^{1/2}$, mai apropiată de realitatea datelor experimentale, iar pe de altă parte creșterea coeficientului parțial de transfer de masă la scăderea timpului de expunere t . Deși teoria nu permite calculul direct al lui k , ea are meritul de a evidenția influența hidrodinamicii asupra transferului de substanță. Un aspect contestat al teoriei este cel referitor la premisa reînnoirii ordonate, la intervale egale de timp, a turbioanelor de la interfață. Este greu de crezut că formarea turbioanelor are loc în plane paralele cu interfața, astfel încât să le corespundă accesul la interfață și reînnoirea ordonată.

5.4.1.3. Teoria reînnoirii întâmplătoare a suprafeței

Această teorie preia ipotezele teoriei penetrației, cu excepția timpului de expunere la interfață. Duratele expunerii la interfață ale turbioanelor sunt diferite, propunându-se o distribuție statistică a vârstei acestora. Ca urmare, interfața apare ca fiind formată din turbioane distribuite pe grupe de vârstă, probabilitatea ca un turbion să fie îndepărtat de la interfață și amestecat în volumul de fluid fiind independentă de vârsta acestuia. Viteza de reînnoire a suprafeței, s , definită ca aria suprafeței reînnoite raportată la aria totală a interfeței (considerată unitară), este independentă de vârsta turbioanelor.

Modelul implică o funcție de distribuție pe vârste a interfeței, $f(t)$, conform căreia fracțiunea elementelor de suprafață, raportată la suprafața

totală, având vârsta cuprinsă între t și $t + dt$ va fi $f(t) \cdot dt$. Aria elementelor din această grupă de vârstă este egală cu aria elementelor de vârstă cuprinsă între $(t - dt)$ și t , din care se scad elementele înlocuite de o suprafață proaspătă în intervalul dt :

$$f(t)dt = f(t - dt)dt[f(t - dt)dt] \cdot s \cdot dt \quad (5.136)$$

Soluția ecuației (5.136) este funcția de distribuție pe vârste a suprafeței de contact:

$$f(t) = s \cdot e^{-s \cdot t} \quad (5.137)$$

Deoarece transferul de substanță decurge prin difuziune moleculară în regim nestaționar, fluxul unitar instantaneu pentru elementele de vârstă t are expresia (5.134). Întrucât s-a considerat că interfața este formată din turbioane de fluid având vârstele cuprinse între zero și infinit, fluxul unitar mediu pentru întreaga arie a interfeței (arie considerată egală cu unitatea) va fi:

$$\begin{aligned} j_A &= \int_0^{\infty} (C_{A,i} - C_{A,V}) \cdot f(t) \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} \cdot dt = \\ &= (C_{A,i} - C_{A,V}) \cdot s \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot e^{-st} dt \end{aligned} \quad (5.138)$$

Utilizând schimbarea de variabilă $st = q^2$ și efectuând calculele, se obține în final:

$$j_A = \sqrt{D \cdot s} \cdot (C_{A,i} - C_{A,V}) = k \cdot (C_{A,i} - C_{A,V}) \quad (5.139)$$

Și în conformitate cu acest model, rezultă aceeași dependență a coeficientul individual de transfer de masă de coeficientul de difuziune ca și în teoria reînnoirii suprafeței. Nici această teorie nu permite determinarea coeficienților individuali de transfer de masă, mărimea s nefiind măsurabilă. Prin natura statistică a acestei mărimi, modelul reînnoirii întâmplătoare a suprafeței este mai apropiat de realitate decât cele anterior prezentate.

5.4.1.4. Teoria film - penetrație

Această teorie încearcă să cuprindă într-un singur model atât teoria filmului, cât și teoria reînnoirii suprafeței. Modelul presupune că rezistența la transferul de masă în fiecare fază este concentrată într-un film laminar, lângă interfață (ca în modelul celor două filme), însă consideră că transferul de masă decurge în regim nestaționar (ca în teoria reînnoirii suprafeței). Reînnoirea suprafeței de contact dintre faze are loc la anumite intervale, prin

aducerea unor elemente de fluid de către turbioanele care apar datorită turbulenței.

Transferul de masă decurge ca în modelul reînnoirii suprafeței, cu observația că filmul are o grosime finită, elementele de fluid amestecându-se după traversarea filmului. Ecuația (5.130) rămâne valabilă; de asemenea rămân valabile și condițiile la limită (5.131 a și b). Ultima condiție la limită se scrie:

$$\text{La } t > 0, x = l: \quad C_A = C_{A,l} \quad (5.131 \text{ d})$$

în care l reprezintă grosimea filmului.

Soluția ecuației (5.130) cu condițiile la limită (5.131 a, b și d) reprezintă o serie infinită care, după unele simplificări, ținând seama de convergența seriei, poate lua una dintre următoarele forme:

• pentru $0 < \frac{l^2}{D \cdot t} < \pi$:

$$j_A = (C_{A,i} - C_{A,l}) \cdot \frac{D}{l} \cdot \left(1 + 2e^{-\frac{\pi^2 \cdot D \cdot t}{l^2}} \right) \quad (5.140)$$

• pentru $\pi < \frac{l^2}{D \cdot t} < \infty$:

$$j_A = (C_{A,i} - C_{A,l}) \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} \cdot \left(1 + 2e^{-\frac{l^2}{D \cdot t}} \right) \quad (5.141)$$

Cel de-al doilea termen din ecuațiile (5.140) și (5.141) nu reprezintă niciodată mai mult de 8,64% din primul termen. Ca urmare, cu o eroare de nu mai mult de 8,64%, se pot scrie următoarele expresii ale fluxului unitar:

$$0 < \frac{l^2}{D \cdot t} < \pi: \quad j_A = \frac{D}{l} \cdot (C_{A,i} - C_{A,l}) \quad (5.142)$$

$$\pi < \frac{l^2}{D \cdot t} < \infty: \quad j_A = \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}} \cdot (C_{A,i} - C_{A,l}) \quad (5.143)$$

Pentru timpi mari de expunere, când se stabilește un gradient staționar de concentrație, modelul film – penetrație se reduce la modelul celor două filme [ec. (5.142)], iar pentru timpi de expunere mici, modelul se reduce la modelul reînnoirii suprafeței [ec. (5.143)].

Ecuația (5.142) se recomandă pentru coloane cu pereți udați sau pentru coloane cu umplutură echipată cu corpuri de umplere de dimensiuni mari. Ecuația (5.143) se recomandă pentru cazul în care una din faze este dispersată sub formă de picături (coloane cu pulverizare), sau pentru coloane echipate cu corpuri de umplere de dimensiuni reduse.

5.4.2. Coeficienți individuali de transfer de masă

Toate teoriile analizate în secțiunea 5.4.1. indică faptul că, în absența difuziunii convective și turbulente, viteza transferului de masă este direct proporțională cu forța motoare a procesului, exprimată ca diferență de concentrații:

$$j_A = k \cdot (C_{A,i} - C_{A,V}) \quad (5.144)$$

Factorul de proporționalitate este tocmai coeficientul individual de transfer de masă, k . Acest coeficient de transfer este funcție de coeficientul de difuziune, D , iar dependența $k = f(D)$ depinde de modelul de transfer adoptat (tab. 5.12).

Tab. 5.12. Dependența coeficientului individual de transfer de masă, k , de coeficientul de difuziune, D

Modelul	Dependența $k = f(D)$
film	$k = \frac{D}{\delta}$
reînnoirea suprafeței	$k = \sqrt{\frac{D}{\pi \cdot t}}$
reînnoirea statistică a suprafeței	$k = \sqrt{D \cdot s}$
film - penetrație	
• pentru $0 < \frac{\delta^2}{D \cdot t} < \pi$:	$k = \frac{D}{\delta} \cdot \left\{ 1 + 2 \exp \left[-\frac{\pi^2 D \cdot t}{\delta^2} \right] \right\}$
• pentru $\pi < \frac{\delta^2}{D \cdot t} < \infty$:	$k = \sqrt{\frac{d}{\pi \cdot t}} \cdot \left\{ 1 + 2 \exp \left[-\frac{\delta^2}{D \cdot t} \right] \right\}$

În majoritatea cazurilor, coeficienții individuali de transfer de masă nu pot fi calculați pe baza relațiilor deduse din diverse teorii, întrucât relațiile de calcul (tab. 5.12) conțin mărimi nemăsurabile, cum ar fi grosimea stratului limită (δ), timpul de staționare al turbioanelor la interfață (t), sau viteza de reînnoire a suprafeței (s). Modul în care se modifică valoarea coeficientului individual de transfer de masă la schimbarea condițiilor de operare poate fi însă prezis pe baza teoriei care concordă cel mai bine cu procesul în discuție.

Coeficientul individual de transfer de masă poate fi definit pe baza ecuației (5.144) care definește fluxul transferat:

$$k = \frac{j_A}{\Delta C_A} \quad (5.145)$$

Întrucât concentrația, respectiv diferența de concentrație poate fi exprimată în diverse moduri, și coeficienții individuali de transfer de masă vor avea expresii și unități de măsură diferite, pentru fiecare caz în parte.

Astfel, în cazul transferului componentului A peste un strat de inert B netransferabil, se poate scrie:

$$j_B = 0; \quad \frac{j_A}{j_A + j_B} = 1 \quad (5.146)$$

Acest caz este întâlnit în mod frecvent în operațiile de absorbție.

Pentru faza gazoasă, ecuația (5.144) se scrie:

$$j_A = k_G(p_{A1} - p_{A2}) = k_y(y_{A1} - y_{A2}) = k_C(C_{A1} - C_{A2}) \quad (5.147)$$

iar pentru faza lichidă se scrie:

$$j_A = k_L(C_{A1} - C_{A2}) = k_x(x_{A1} - x_{A2}) \quad (5.148)$$

În cazul transferului echimolecular în contracurent (caracteristic operațiilor de rectificare), se poate scrie:

$$j_A = -j_B; \quad \frac{j_A}{j_A + j_B} = \infty \quad (5.149)$$

Pentru faza gazoasă, ecuația (5.144) se scrie:

$$j_A = k_G'(p_{A1} - p_{A2}) = k_y'(y_{A1} - y_{A2}) = k_C'(C_{A1} - C_{A2}) \quad (5.150)$$

iar pentru faza lichidă se scrie:

$$j_A = k_L'(C_{A1} - C_{A2}) = k_x'(x_{A1} - x_{A2}) \quad (5.151)$$

Dacă fluxurile specifice de substanță transferată sunt exprimate în $[\text{mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$, coeficienții individuali de transfer de masă vor fi exprimați în unitățile de măsură prezentate în tab. 5.13. Fluxurile specifice transferate se mai pot exprima și în unități masice $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$, sau, în cazul gazelor, în unități volumice $[\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$. În aceste cazuri, coeficienții individuali de transfer de masă se exprimă în unități corespunzătoare.

Între coeficienții individuali de transfer de masă prezentați în tab. 5.13 există următoarele relații de transformare:

$$\begin{aligned} k_G &= \frac{k_y}{p} = \frac{k_C}{\mathfrak{R} \cdot T}; & k_G' &= \frac{k_y'}{p} = \frac{k_C'}{\mathfrak{R} \cdot T}; \\ k_L &= \frac{k_x}{C}; & k_L' &= \frac{k_x'}{C}; \end{aligned} \quad (5.152)$$

Tab. 5.13. Unități de măsură ale coeficienților individuali de transfer de masă

Faza	Coeficientul	Unitatea de măsură
GAZOASĂ	k_G k_G'	$\frac{\text{moli transferati}}{\text{suprafata} \times \text{timp} \times \text{presiune}} = \frac{\text{timp}}{\text{lungime}} = \left[\frac{\text{s}}{\text{m}} \right]$
	k_y k_y'	$\frac{\text{moli transferati}}{\text{suprafata} \times \text{timp} \times \text{fractie volumica}} = \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$
	k_C k_C'	$\frac{\text{moli transferati}}{\text{suprafata} \times \text{timp} \times \frac{\text{moli}}{\text{volum}}} = \frac{\text{lungime}}{\text{timp}} = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
LICHIDĂ	k_L k_L'	$\frac{\text{moli transferati}}{\text{suprafata} \times \text{timp} \times \frac{\text{moli}}{\text{volum}}} = \frac{\text{lungime}}{\text{timp}} = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
	k_x k_x'	$\frac{\text{moli transferati}}{\text{suprafata} \times \text{timp} \times \text{fractie molară}} = \left[\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$

Cunoașterea coeficienților individuali de transfer de masă este deosebit de importantă pentru dimensionarea echipamentelor în care transferul de substanță, însoțit sau nu de o reacție chimică, este determinant. Calculul acestor coeficienți este dificil, pe de o parte datorită complexității fenomenului, pe de altă parte datorită numărului mare de factori care îl influențează.

Dintre factorii care influențează coeficienții individuali de transfer de masă se pot menționa:

- factori referitori la natura fluidului: densitate (ρ), viscozitate (μ), coeficient de difuziune (D_{AB});
- factori referitori la curgerea fluidului: viteza (v) și distribuția câmpului vitezelor în masa fluidului;
- factori referitori la geometria echipamentului de contactare a fazelor.

Într-o formă generală, coeficientul individual de transfer de masă se poate scrie ca o funcție de variabilele enumerate mai sus:

$$k = f(\rho, \mu, D_{AB}, v, G_1, G_2, \dots) \quad (5.153)$$

Pentru determinarea valorii coeficienților individuali de transfer de masă pot fi utilizate următoarele metode:

- analiza dimensională și teoria similitudinii, completate de experiment;
- rezolvarea (exactă sau aproximativă, analitică sau numerică) ecuațiilor difuziunii și a ecuațiilor curgerii;
- analogia fenomenelor de transfer;
- determinarea experimentală.

În literatură există un număr mare de relații de calcul pentru

coeficienții individuali de transfer de masă. Câteva exemple de astfel de relații sunt prezentate în continuare.

5.4.2.1. Coeficienți individuali de transfer de masă în coloane cu pereți udați

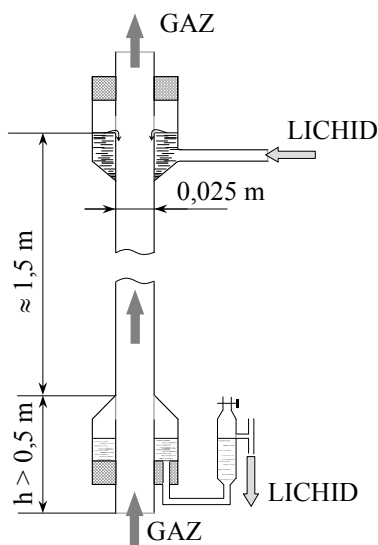


Fig. 5.16. Coloană cu pereți udați

În coloanele cu pereți udați fluxul de lichid curge sub forma unui film descendent pe suprafața interioară a unui tub vertical prin centrul căruia circulă ascendent fluxul de gaz. Acest tip de coloană (fig. 5.16) se utilizează la determinarea experimentală a coeficienților individuali de transfer de masă, având marele avantaj că permite măsurarea exactă a ariei interfaciale prin care are loc transferul de masă. Coeficientul individual raportat la faza gazoasă se determină fie prin măsurarea cantității absorbite dintr-un gaz foarte solubil, când rezistența filmului de lichid se poate

neglija, fie prin măsurarea cantității evaporate dintr-un lichid pur într-un flux de gaz. Pentru determinarea coeficientului individual raportat la faza lichidă se măsoară viteza de absorbție sau desorbție a unui gaz foarte puțin solubil, când rezistența filmului de gaz este neglijabilă.

La curgerea fazei gazoase în regim laminar se utilizează ecuația:

$$(\text{Sh})_G = \frac{k_G \cdot d}{D} = 0,50 \cdot \text{Re} \cdot \text{Sc} \cdot \frac{d}{H} \quad \text{pentru} \quad \text{Re} \cdot \text{Sc} \cdot \frac{d}{H} < 4,5 \quad (5.154)$$

$$(\text{Sh})_G = \frac{k_G \cdot d}{D} = 1,62 \cdot \text{Re}^{1/3} \cdot \text{Sc}^{1/3} \cdot \left(\frac{d}{H} \right)^{1/3} \quad \text{pentru} \quad \text{Re} \cdot \text{Sc} \cdot \frac{d}{H} > 13 \quad (5.155)$$

La curgerea turbulentă a fazei gazoase:

$$(\text{Sh})_G = \frac{k_G \cdot d}{D} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,83} \cdot \text{Sc}^{0,44} \quad (5.156)$$

În ecuațiile (5.154) – (5.156), criteriile de similitudine folosite au expresiile:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \quad \text{Sc} = \frac{3600 \cdot \mu}{\rho \cdot D} \quad (5.157)$$

în care: k_G – coeficientul individual de transfer de masă raportat la faza gazoasă [$\text{m} \cdot \text{h}^{-1}$]; d – diametrul coloanei [m]; D – coeficientul de difuziune prin filmul de gaz [$\text{m}^2 \cdot \text{h}^{-1}$]; v – viteza gazului prin coloană [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]; ρ – densitatea gazului [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]; μ – viscozitatea gazului [Pa.s]; H – înălțimea coloanei [m].

Pentru curgerea fazei lichide este valabilă relația:

$$(\text{Sh})_L = \frac{k_L \cdot \delta}{D} = 0,725 \cdot \text{Re}^{0,33} \cdot \text{Sc}^{0,5} \cdot \left(\frac{\delta}{H} \right)^{0,5} \quad (5.158)$$

în care:

$\text{Re} = \frac{4m_m}{P_u \cdot \mu}$ este criteriul Reynolds al fazei lichide;

$\delta = \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{\rho^2 \cdot g}}$ este grosimea filmului de lichid [m];

m_m – este debitul masic al fazei lichide [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$]; P_u – perimetrul ud al coloanei [m]; k_L – coeficientul individual de transfer de masă raportat la faza lichidă [$\text{m} \cdot \text{h}^{-1}$]; g – accelerația gravitațională [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$]; ρ – densitatea lichidului [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]; μ – viscozitatea lichidului [Pa.s]; H – înălțimea coloanei [m].

5.4.2.2. Coeficienți individuali de transfer de masă în coloane cu umplutură

Pentru calculul coeficientului k_G [m/s], **Semmelbauer** recomandă ecuația:

$$(\text{Sh})_G = C \cdot (\text{Re})_G^{0,59} \cdot (\text{Sc})_G^{0,33} \quad (5.159)$$

în care:

$$(\text{Sh})_G = \frac{k_G \cdot d_p}{D_G} ; \quad (\text{Re})_G = \frac{m_G^* \cdot d_p}{\mu_G} ; \quad (\text{Sc})_G = \frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} ; \quad (5.160)$$

C este un factor adimensional care caracterizează tipul umpluturii ($C = 0,69$ pentru inele Raschig și $C = 0,86$ pentru șei Berl); d_p – diametrul nominal al umpluturii [m]; D_G – coeficientul de difuzie în gaz [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]; m_G^* – debitul de gaz raportat la unitatea de secțiune a coloanei (viteza masică a gazului) [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]; μ_G – viscozitatea gazului [Pa.s]; ρ_G – densitatea gazului [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$].

Relația (5.159) este valabilă în domeniul $(\text{Re})_G = 100 - 10\,000$ și

pentru valori d_p cuprinse între 0,01 și 0,05 m; abaterea în aceste condiții este de circa 20%.

Pentru calculul lui k_L [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], același autor recomandă ecuația:

$$(\text{Sh})_L = C \cdot (\text{Re})_L^{0,59} \cdot (\text{Sc})_L^{0,33} \cdot (\text{Ga})_L^{0,17} \quad (5.161)$$

în care:

$$(\text{Sh})_L = \frac{k_L \cdot d_p}{D_L}; \quad (\text{Re})_L = \frac{m_L^* \cdot d_p}{\mu_L}; \quad (\text{Sc})_L = \frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L}; \quad (5.162)$$

$$(\text{Ga})_L = \frac{d_p^3 \cdot g \cdot \rho_L^2}{\mu_L^2} \quad [\text{criteriul Galilei}] \quad (5.163)$$

C este un factor adimensional care caracterizează tipul umpluturii ($C = 0,32$ pentru inele Raschig și $C = 0,25$ pentru șei Berl); D_L – coeficientul de difuzie în lichid [$\text{m}^2 \cdot \text{s}$]; m_L^* – debitul de lichid raportat la unitatea de secțiune a coloanei (viteza masică a lichidului) [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]; μ_L – viscozitatea lichidului-lui [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]; ρ_L – densitatea lichidului [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$].

Relația este valabilă pentru $(\text{Re})_L = 3 - 3\,000$ și pentru valori ale d_p între 0,01 și 0,05 m; precizia relației în aceste condiții este de $\pm 50\%$.

Van Krevelen și Hoftizzer recomandă următoarele relații de calcul, aplicabile sistemelor gaz – lichid (sisteme întâlnite în operațiile de absorbție):

$$\frac{k_C \cdot d_{ech}}{D_G} = (0,1 \div 0,2) \cdot \left(\frac{m_G^*}{a \cdot \mu_G} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} \right)^{0,33} \quad (5.164)$$

$$\frac{k_L \cdot d_{ech}}{D_L} = 0,015 \cdot \left(\frac{m_L^*}{a \cdot \mu_L} \right)^{0,66} \cdot \left(\frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L} \right)^{0,33} \quad (5.165)$$

în care d_{ech} este diametrul mediu de volum al umpluturii (diametrul unei sfere care ar avea același volum cu volumul elementului de umplură) [m], iar a este suprafața specifică a umpluturii [m^2/m^3].

Coeficientul individual de transfer prin filmul de lichid, k_L , se poate calcula și cu ajutorul relației:

$$\text{Sh} = C \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Sc}^n \quad (5.166)$$

în care C , m , n sunt funcție de tipul și caracteristicile umpluturii (tab. 5.14).

Tab. 5.14. Valorile constantelor C , m și n din ecuația (5.166)

Tipul umpluturii	Diametrul umpluturii [mm]	C	m	n	Densitatea de stropire [kg.m ⁻² .h ⁻¹]
Inele Raschig	25 – 50	0,006	0,78	0,5	980 - 156160
Inele Raschig	12	0,0082	0,65	0,5	980 - 156160
Șei Berl	12 – 37	0,007	0,72	0,5	980 - 156160
Inele Raschig	12 - 50	0,013	0,50	0,5	Peste 380

Pentru **sisteme vapori – lichid** (caracteristice distilării, rectificării) se poate utiliza următoarea ecuație pentru calculul coeficientului individual de transfer prin faza de vapori:

$$k_v = C \cdot \frac{m_{nv}}{\varepsilon \cdot A \cdot P} \cdot \text{Re}^{-0,25} \cdot \text{Sc}^{-0,67} \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \times \text{h} \times \text{atm}} \right] \quad (5.167)$$

în care criteriul Reynolds pentru faza de vapori are expresia:

$$\text{Re} = \frac{\rho_v \cdot v_f \cdot d_{ech}}{\mu_v \cdot \varepsilon} = 4 \cdot \frac{\rho_v \cdot v_f}{\mu_v \cdot a} \quad (5.168)$$

m_{nv} – este debitul molar de vapori [kmol.h⁻¹]; A – este aria secțiunii coloanei [m²]; P – este presiunea în sistem [atm]; v_f – este viteza fictivă a vaporilor [m.s⁻¹]; ε - fracția de goluri a umpluturii [m³/m³]; a – suprafața specifică a umpluturii [m²/m³].

Constanta C se ia 0,125 pentru inele Raschig așezate în vrac având d_{ech} cuprins între 9 și 50 mm, respectiv 0,07 pentru șei Berl având d_{ech} între 12 și 38 mm.

5.4.2.3. Coeficienți individuali de transfer de masă în coloane cu talere

În coloanele cu talere, coeficientul de transfer, k_C , este de regulă proporțional cu $\sqrt{D_G}$. Pentru coloane cu talere cu clopote se poate utiliza relația de calcul a lui **Andrew**:

$$k_C \cong 2,2 \cdot \left(\frac{m_G^{**}}{\rho_G} \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{D_G}{h_f} \right)^{1/2} \quad (5.169)$$

în care m_G^{**} reprezintă debitul de gaz raportat la unitatea de arie activă a coloanei (secțiunea coloanei minus de două ori aria de deversare a lichidului), iar H_f reprezintă înălțimea [m] a fantei scufundate în lichidul de pe taler; pentru alte tipuri de talere, h_f se poate înlocui cu semiînălțimea

stratului de amestec L-G (stratul cu spumă) de pe taler.

Pentru calculul coeficientului de transfer raportat la faza lichidă, același autor propune relația:

$$k_L \cong 3,5 \cdot \left(\frac{m_G^{**}}{\rho_G} \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{D_L}{h_f} \right)^{1/2} \quad (5.170)$$

Alte corelații iau în considerare și diferite dimensiuni geometrice ale talerului. Se pot menționa ecuațiile lui **Asano** pentru talerele cu clopote:

$$\frac{k_C \cdot l_f}{D_G} = 4,7 \cdot \left(\frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{v_f \cdot l_f \cdot \rho_G}{\mu_G} \right)^{0,63} \cdot \left(\frac{l_f}{h_0 + h_{lfs}} \right)^{0,60} \quad (5.171)$$

$$\frac{k_L \cdot l_f}{D_L} = 100 \cdot \left(\frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{m_L^* \cdot d_c}{\mu_L} \right)^{0,63} \cdot \left(\frac{l_f}{h_0 + h_{lfs}} \right) \quad (5.172)$$

respectiv pentru talerele sită:

$$\frac{k_C \cdot d_o}{D_G} = \left(\frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{v_o \cdot d_o \cdot \rho_G}{\mu_G} \right)^{0,75} \cdot \left(\frac{d_o}{h_l} \right) \quad (5.173)$$

$$\frac{k_L \cdot d_o}{D_L} = 100 \cdot \left(\frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{m_L^* \cdot d_c}{\mu_L} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{d_o}{h_l} \right) \quad (5.174)$$

în care:

- l_f - lățimea fantei [m];
- h_0 - înălțimea părții deschise din fantă prin care circulă gazul [m];
- h_{lfs} - înălțimea lichidului degazat de deasupra marginii superioare a fantei [m];
- d_o - diametrul orificiilor talerelor sită [m];
- d_c - diametrul coloanei [m];
- v_o - viteza gazului prin orificii [$m \cdot s^{-1}$];
- h_l - înălțimea lichidului degazat de pe taler [m].

De regulă, în coloanele cu talere, coeficienții individuali de transfer de masă au valori cuprinse între $10^{-2} - 10^{-1}$ m/s (coeficienții raportați la faza gazoasă, k_C), respectiv $10^{-4} - 10^{-7}$ m/s (coeficienții raportați la faza lichidă, k_L).

Pentru calculul coeficienților de transfer de masă în **coloanele de rectificare cu talere** se pot utiliza ecuațiile:

$$\frac{k_C \cdot l}{D_G} = (1,1 \div 2,0) \cdot \left(\frac{\rho_G \cdot v_G \cdot l}{\mu_G} \right)^{0,9} \cdot \left(\frac{\mu_G}{\rho_G \cdot D_G} \right)^{0,25} \quad (5.175)$$

$$\frac{k_L \cdot l_c}{D_L} = 3,8 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_L} \right)^{0,62} \quad (5.176)$$

în care:

$$l = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho_G \cdot g}} \quad - \text{lungimea caracteristică [m];}$$

$$\sigma \quad - \text{tensiunea superficială [N.m}^{-1}\text{];}$$

$$l_c = 1 \quad - \text{lungimea caracteristică [m].}$$

Pentru calculul coeficienților individuali de transfer de masă la **extractia în coloane cu talere perforate** se pot utiliza relațiile (5.177) – (5.180), în care indicii c , d se referă la faza continuă, respectiv la cea dispersă:

$$k_c = 0,725 \left(\frac{d_p \cdot v_r \cdot \rho}{\mu} \right)^{-0,43} \left(\frac{\mu}{\rho \cdot D} \right)^{-0,58} v_r (1 - S_d) \quad [\text{m/h}] \quad (5.177)$$

$$k_c = 0,023 \cdot v_r \cdot \left(\frac{\mu}{\rho \cdot D} \right)^{-0,5} \quad [\text{m/h}] \quad (5.178)$$

Pentru picături cu circulație internă complet dezvoltată, coeficientul individual de transfer de masă, k_d , se poate determina cu relația:

$$k_d = 0,00375 \cdot \left(1 + \frac{\mu_d}{\mu_c} \right)^{-1} \quad [\text{m/h}] \quad (5.179)$$

iar pentru picături cu circulație se utilizează relația:

$$k_d = 17,9 \cdot \frac{\mu_d}{d_p} \quad [\text{m/h}] \quad (5.180)$$

În relațiile anterioare, v_r reprezintă viteza relativă a fazelor:

$$v_r = \frac{v_d}{S_d} + \frac{v_c}{1 - S_d} \quad [\text{m/h}] \quad (5.181)$$

d_p este diametrul mediu al picăturilor [m]; v_d , v_c sunt vitezele celor două faze [m.h^{-1}], S_d este reținerea dinamică a fazei disperse [adimensional].

Pentru **extractia în coloane cu talere perforate** în sisteme lichid organic – lichid apos, pentru care $\rho_{\text{organic}} > \rho_{\text{apos}}$, și faza dispersă este faza organică, se poate utiliza relația:

$$\text{Sh} = -178 + 3,62 \cdot \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Sc}^{1/3} \quad (5.182)$$

Relația este valabilă pentru $50 < \text{Re} < 800$. Dimensiunea caracteristică este diametrul echivalent al picăturii, iar viteza este viteza de cădere a picăturii prin faza apoasă.

5.4.2.4. Coeficienți individuali de transfer de masă în coloane cu barbotare

Coloanele cu barbotare sunt utilaje frecvent întâlnite în procesele biotehnologice. În aceste bioreactoare, viteza de transfer a oxigenului din faza gazoasă în faza lichidă este determinată de coeficientul individual de transfer raportat la faza lichidă, k_L și de aria interfacială specifică gaz – lichid, a [m^2/m^3]. Dimensiunile bulelor variază între 1 și 5 mm, iar valorile k_L se situează de cele mai multe ori în intervalul 0,01 – 0,03 m/s.

Câteva ecuații criteriale obținute prin corelarea datelor experimentale sunt prezentate în tab. 5.15 – 5.17.

Tab. 5.15. Ecuații criteriale pentru determinarea k_L
(bule cu suprafețe rigide aflate în mișcare de urcare sau coborâre liberă)

Condiții	Corelația
Curgere laminară, $Re < 1$	$Sh = 0,99 \cdot Re^{1/3} \cdot Sc^{1/3}$ (5.183)
$Re < 1$; $Pe \gg 1$	$Sh = 1,01 \cdot Pe^{1/3}$ (5.184)
$Re \gg 1$	$Sh = 2 + 0,57 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{0,35}$ (5.185)
$10 < Re < 10\,000$	$Sh = 0,95 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}$ (5.186)
	$Sh = 2 + 0,73 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}$ (5.187)
Pentru aglomerări de bule mici	$Sh = 2 + 0,31 \cdot (Gr \cdot Sc)^{1/3}$ (5.188)
Re pentru turbulență izotropă	$Sh = 0,13 \cdot Re^{3/4} \cdot Sc^{1/3}$ (5.189)

Tab. 5.16. Ecuații criteriale pentru determinarea k_L
(bule cu suprafață mobilă aflate în mișcare liberă)

Condiții	Corelația
$Re < 1$; $Pe \gg 1$	$Sh = 0,65 \cdot Pe^{1/2}$ (5.190)
$Re \gg 1$; $Pe \gg 1$	$Sh = 1,13 \cdot (1 - 2,9 \cdot Re^{-1/2})^{1/2} \cdot Pe^{1/2}$ (5.191)
$10 < Re < 100$	$Sh = 0,65 \cdot Pe^{1/2} \cdot (1 + 0,5 \cdot Re)^{1/2}$ (5.192)
$Re > 1\,000$	$Sh = 1,13 \cdot Pe^{1/2}$ (5.193)
$d_{bule} > 2,5$ mm	$Sh = 0,42 \cdot Sc^{1/2} \cdot Gr^{1/3}$ (5.194)

Tab. 5.17. Ecuații criteriale pentru determinarea k_L
(bule în mișcare prin fluide newtoniene)

Condiții	Corelația
Pentru fluide care respectă legea puterii (n – indice de curgere)	$Sh = 0,65 \cdot \left[1 - \frac{4n(n-1)}{2n+1} \right]^{1/2} \cdot Pe^{1/2} \quad (5.195)$
Bule mari cu cap sferic, în lichide viscoase; $\alpha = 3,5$	$Sh = 1,79 \cdot \frac{(3\alpha^2 + 4)^{2/3}}{(\alpha^2 + 4)} \cdot Pe^{1/2} \quad (5.196)$
lățimea / înălțimea bulelor	
Fluide newtoniene	$Sh = 0,65 \cdot [1 - 1,62(n-1)]^{1/2} \cdot Pe^{1/2} \quad (5.197)$

5.4.2.5. Coeficienți individuali de transfer de masă în sisteme gaz – lichid prevăzute cu agitare mecanică

Astfel de sisteme se întâlnesc tot în cadrul proceselor de natură biotehnologică, amestecarea mecanică inducând o serie de avantaje, cum ar fi: mărirea ariei interfaciale, deci și a coeficientului de transfer de masă, creșterea timpului de reținere a gazului în lichid, reducerea grosimii filmului la interfața gaz – lichid sau lichid – solid, distribuția uniformă a bulelor în întregul volum al utilajului.

Întrucât în aceste echipamente aria interfacială (a) este dificil de estimat, se utilizează așa-numitul “coeficient volumic de transfer de masă”:

$$k_V = k_L a \quad \left[\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{m^3} = s^{-1} \right] \quad (5.198)$$

raportat la unitatea de volum a aparatului.

Pentru determinarea coeficientului volumic de transfer de masă în condițiile menționate se utilizează fie ecuații criteriale bazate pe analiza dimensională care corelează criteriile Sh , Re , Sc , etc., fie ecuații care corelează acest coeficient cu consumul specific de putere și cu viteza fictivă a gazului:

$$k_L a = C \cdot \left(\frac{P_G}{V_L} \right)^m \cdot (v_f)^n \quad (5.199)$$

în care P_G este consumul de putere în sistemul gaz – lichid [W]; V_L este volumul fazei lichide [m³], iar v_f este viteza fictivă a gazului [m/s]. Coeficientul C și exponenții m și n se determină experimental. Datele din literatură indică faptul că m variază între 0,4 și 1,0, iar n între 0 și 0,7.

Van't Riet demonstrează că valorile coeficientului volumic de transfer de masă (la densitate constantă a fluxului de gaz) sunt funcție numai

de puterea consumată, independent de tipul agitatorului. Același autor stabilește valorile coeficienților din ecuația (5.199) funcție de tipul lichidului (tab. 5.18).

Tab. 5.18. Valorile coeficienților C , m și n din ecuația (5.199)

Tipul fluidului	C	m	n
Newtonian coalescent (apă)	0,026	0,4	0,5
Nenewtonian necoalescent (soluții de săruri)	0,002	0,7	0,2

5.4.2.6. Coeficienți individuali de transfer de masă în sisteme gaz - solid

Pentru **transferul de masă între o granulă (picătură) sferică și un gaz imobil**, se poate utiliza ecuația:

$$Sh = \frac{k_G \cdot d_p}{D_G} = 2,0 \quad (5.200)$$

Dacă fluidul se află în convecție forțată, se poate aplica ecuația lui **Frössling**:

$$Sh = 2,0 \cdot (1 + 0,276 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}) \quad (5.201)$$

valabilă pentru sfere având d_p cuprins între 1 și 150 mm, la valori $Re < 250$.

Pentru $Re > 250$ este propusă ecuația:

$$Sh = 0,94 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3} \quad (5.202)$$

Pe baza datelor existente în literatură, **Rowe** introduce o corelație generală, de forma:

$$Sh = \alpha + \beta \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3} \quad (5.203)$$

în care α este o funcție de criteriul Grashoff, tinzând către valoare 2 când Gr tinde spre zero. Coeficientul β variază între 0,3 și 1,0, valorile predominante fiind în intervalul 0,68 – 0,79.

Pentru **transferul de masă în straturi granulare fixe** se pot utiliza ecuații de forma generală:

$$Sh = C \cdot Re^m \cdot Sc^n \quad (5.204)$$

în care lungimea caracteristică din criteriile Sherwood și Reynolds este diametrul echivalent al stratului granular:

$$d_{ech} = \frac{4\varepsilon}{a} \quad (5.205)$$

în care ε este porozitatea stratului granular [m^3/m^3], iar a este suprafața

specifică a stratului [m^2/m^3]. În tab. 5.19 sunt redate valorile constantelor C , m , n din ecuația (5.204) determinate pe bază de date experimentale.

Tab. 5.19. Valorile constantelor C , m și n din ecuația (5.204)

Condiții experimentale	C	m	n	Precizia ecuației
$30 < \text{Re} < 8 \cdot 10^4$; $0,6 < \text{Sc} < 3600$	0,395	0,64	0,33	$\pm 15 \%$
$2 < \text{Re} < 30$; $0,6 < \text{Sc} < 3600$	0,725	0,47	0,33	$\pm 15 \%$
$0,01 < \text{Re} < 2$; $\text{Gr} < 10^4 \cdot \text{Re}$	0,515	0,85	0,33	$\pm 25 \%$
$50 < \text{Re} < 5000$ (încălzire sau răcire în regim nestăionar)	0,166	0,725	0,33	$\pm 20 \%$

Pentru procesele care decurg la valori $\text{Re} = 0,01 \dots 2$, când se manifestă și influența convecției libere ($\text{Gr} > 10^4 \cdot \text{Re}$), se poate utiliza, cu o precizie de $\pm 50 \%$, ecuația:

$$\text{Sh} = 0,115 \cdot \varepsilon \cdot (\text{Gr} \cdot \text{Sc})^{1/3} \quad (5.206)$$

în care criteriul Grashoff difuzional are expresia:

$$\text{Gr} = \frac{g \cdot d_p^3}{\nu_f^2} \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \cdot \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} = \frac{g \cdot d_p^3}{\nu_f^2} \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \cdot \frac{C_s - C_v}{C_v} \quad (5.207)$$

în care ρ_f este densitatea medie a fazei fluide, ρ_s este densitatea fazei fluide la saturație, când faza fluidă (gazoasă sau lichidă) se află în echilibru cu suprafața particulei solide. C_s , respectiv C_v reprezintă concentrația componentului difuzionat la suprafața particulei, respectiv în volumul fazei fluide.

Pentru procesele de **adsorbție în strat fix** se recomandă relația:

$$\frac{k_G \cdot d_p}{D_G} = 1,6 \cdot \left(\frac{\rho_G \cdot v_G \cdot d_p}{\mu_G} \right)^{0,54} \quad (5.208)$$

în care d_p este diametrul mediu al granulelor de adsorbant.

Pentru **uscare în strat fix**, prin trecerea agentului de uscare prin stratul de material se poate utiliza ecuația criterială (valabilă pentru domeniul $10 < \text{Re} < 2500$) dedusă pe baza analogiei **Chilton – Colburn**:

$$j_d = \frac{\text{Sh}}{\text{Re} \cdot \text{Sc}_G^{1/3}} = \frac{1,7}{\text{Re}^{0,415}} \quad (5.209)$$

Pentru **transferul de masă în strat fluidizat**, deși literatura de specialitate oferă un volum foarte mare de date, utilizarea lor este discutabilă, datorită faptului că cvasitotalitatea datelor au fost obținute în experimente care foloseau doar granule sferice de dimensiuni mici.

O ecuație generală pentru calculul coeficientului global de transfer de masă este de forma:

$$Sh = C \cdot Re^m \cdot Sc^n \cdot Ar^p \cdot \left(\frac{H}{d_{st}}\right)^a \cdot \left(\frac{H}{d_p}\right)^b \quad (5.210)$$

în care H este înălțimea stratului fluidizat, d_{st} este diametrul stratului, d_p este diametrul echivalent al particulelor. Coeficientul C și exponenții a , b , m , n , p se determină experimental pentru fiecare sistem în parte.

Alte relații, obținute pe baza analogiei **Chilton – Colburn**, sunt:

- Ecuația **Resnick – White**, valabilă pentru $Re < 25$:

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc_G^{1/3}} = 0,19 \cdot \frac{d_p^{3/2}}{Re^{0,27}} \quad (5.211)$$

- Ecuațiile lui **Chu**:

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc_G^{1/3}} = 1,77 \cdot \left(\frac{Re}{1 - \varepsilon}\right)^{-0,44} \quad \text{pentru } 30 < Re < 10^4 \quad (5.212)$$

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc_G^{1/3}} = 5,70 \cdot \left(\frac{Re}{1 - \varepsilon}\right)^{-0,78} \quad \text{pentru } 0 < Re < 30$$

- Ecuațiile **Mc Cune – Wilhelm**:

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc_G^{1/3}} = \frac{1,625}{Re^{0,507}} \quad \text{pentru } Re < 120 \quad (5.213)$$

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc_G^{1/3}} = \frac{0,687}{Re^{0,327}} \quad \text{pentru } Re > 120$$

Pentru **transferul de masă în strat în suspensie gaz – solid** se pot menționa ecuațiile **Jones – Smith**, obținute prin extinderea corelațiilor lui **Frössling**:

- pentru curgerea laminară:

$$Sh = 2 + 0,25 \cdot Re_p^{1/3} \cdot Re_D^{1/6} \cdot Sc^{1/3} \quad (5.214)$$

- pentru curgerea turbulentă:

$$Sh = 2 + 0,055 \cdot \sqrt{Re_p \cdot Re_D^{1/2} \cdot Sc} \quad (5.215)$$

În aceste ecuații, pe lângă numărul Re al particulelor solide, Re_p , apare și numărul Re la difuzie, Re_D , în care d_{st} este diametrul conductei prin care circulă stratul în suspensie:

$$Re_p = \frac{\rho \cdot v \cdot d_p}{\mu}; \quad Re_D = \frac{\rho \cdot v \cdot d_{st}}{\mu} \quad (5.216)$$

5.4.3. Transferul global de masă

Fluxul de substanță transferat printr-o fază către interfață, respectiv de la interfață către volumul fazei, poate fi exprimat printr-o ecuație generală de forma:

$$\begin{aligned} j_{A1} &= k_{X1} \cdot (x_{A,V1} - x_{A,i1}) = k_{X1} \cdot \Delta x_{A,1} \\ j_{A2} &= k_{X2} \cdot (x_{A,i2} - x_{A,V2}) = k_{X2} \cdot \Delta x_{A,2} \end{aligned} \quad (5.217)$$

în care:

- j_{Am} - fluxul unitar de component A transferat prin faza "m";
- k_{Xm} - coeficientul individual de transfer de masă prin faza "m";
- $x_{A,Vm}$ - concentrația componentului A în volumul fazei "m";
- $x_{A,im}$ - concentrația componentului A la interfață în faza "m";
- $\Delta x_{A,m}$ - potențialul transferului de masă raportat la faza "m";
- m - notație generică pentru fazele "1" și "2" din ecuația (5.217).

Forma expresiei fluxului este aceeași indiferent de modelul de transfer adoptat (film, penetrație, etc.). Ecuațiile de tip (5.217) nu pot fi utilizate în practică, deoarece potențialul individual al transferului de masă (Δx) nu poate fi măsurat, întrucât acesta conține concentrațiile la interfață, mărimi care nu pot fi determinate experimental. Singurele concentrații măsurabile direct experimental fiind concentrațiile în volumul celor două faze, în practică se utilizează un **potențial global al transferului de masă**, respectiv un **coeficient global de transfer de masă**, coeficient care înglobează ambii coeficienți individuali de transfer de masă.

În conformitate cu modelul celor două filme, rezistențele transferului de masă în cele două straturi limită adiacente interfeței sunt în serie; ca urmare, rezistența totală la transfer este dată de suma rezistențelor individuale. Concentrațiile la interfață fiind diferite în cele două faze, potențialul global al transferului nu poate fi obținut prin simpla însumare a potențialelor individuale. Din acest motiv, se exprimă forța motoare dintr-o fază într-o formă echivalentă cu forța motoare din cealaltă fază, utilizând legile echilibrului termodinamic. Se obțin astfel doi coeficienți globali de transfer de masă, câte unul raportat la fiecare fază.

Diferența de concentrație dintre faze se poate menține constantă în timpul transferului, sau poate să se modifice. Ca urmare, transferul global de masă trebuie analizat separat pentru fiecare dintre aceste două situații.

5.4.3.1. Transfer global de masă la potențial constant

În conformitate cu teoria celor două filme, se consideră un sistem bifazic gaz – lichid. Faza gazoasă se consideră a fi formată din inertul **B** și componentul transferabil **A**, în timp ce faza lichidă este alcătuită din componentul **L** în care se solubilizează componentul **A** provenit din faza gazoasă (vezi fig. 5.13). Raționamentul aplicat acestui sistem rămâne valabil pentru orice sistem eterogen bifazic. În sistem nu există reacții chimice, iar regimul este staționar.

Componentul **A** care se transferă are în faza gazoasă presiunea parțială p_A , iar la interfață p_{Ai} ; în faza lichidă are concentrația x_A , iar la interfață x_{Ai} . La interfață se stabilește instantaneu echilibrul între faze. Între presiunile parțiale din faza gazoasă și concentrațiile din faza lichidă se stabilește o corespondență. Pentru sisteme ideale, această corespondență este dată de legea lui Henry:

$$p_A = k_{HA} \cdot x_A \quad (5.218)$$

Regimul fiind staționar, fluxul transferat este identic în ambele straturi limită, adică:

$$j_A = k_G \cdot (p_A - p_{Ai}) = k_x \cdot (x_{Ai} - x_A) \quad (5.219)$$

Prin intermediul legii lui Henry se exprimă concentrațiile din faza lichidă în funcție de presiunile parțiale din faza gazoasă:

$$x_{Ai} = \frac{p_{Ai}}{k_{HA}} ; \quad x_A = \frac{p_A^*}{k_{HA}} \quad (5.220)$$

în care p_A^* reprezintă presiunea parțială de echilibru corespunzătoare concentrației x_A din faza lichidă.

Înlocuind concentrațiile (5.220) în (5.219) se obține:

$$j_A = k_G \cdot (p_A - p_{Ai}) = \frac{k_x}{k_{HA}} \cdot (p_{Ai} - p_A^*) \quad (5.221)$$

Din (5.221) se pot explicita expresiile potențialelor individuale de transfer de masă:

$$\begin{aligned} p_A - p_{Ai} &= j_A \cdot \frac{1}{k_G} \\ p_{Ai} - p_A^* &= j_A \cdot \frac{k_{HA}}{k_x} \end{aligned} \quad (5.222)$$

Însumând ecuațiile (5.222) membru cu membru, se obține expresia potențialului global al transferului de masă raportat la faza gazoasă:

$$p_A - p_A^* = \Delta p = j_A \cdot \left(\frac{1}{k_G} + \frac{k_{HA}}{k_x} \right) \quad (5.223)$$

Ecuția (5.223) se poate scrie sub forma:

$$j_A = K_p \cdot (p_A - p_A^*) = K_p \cdot \Delta p \quad (5.224)$$

conform căreia coeficientul global de transfer de masă raportat la faza gazoasă are expresia:

$$K_p = \frac{1}{\frac{1}{k_G} + \frac{k_{HA}}{k_x}} \quad (5.225)$$

Coeficientul global de transfer de masă K_p reprezintă cantitatea de substanță transferată dintr-o fază în alta, prin unitatea de suprafață, în unitatea de timp. Notația coeficientului global de transfer de masă este însoțită de un indice care arată unitatea de măsură a potențialului. Astfel, dacă fluxul unitar j_A este exprimat în $\text{kmol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ și Δp este exprimat în $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ (Pa), coeficientul global K_p va fi exprimat în $\text{kmol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$ [$\text{s} \cdot \text{m}^{-1}$]. Se poate constata că unitatea de măsură a coeficientului global de transfer este identică cu unitatea de măsură a coeficientului individual de transfer k_G (tab. 5.13).

Din ecuația (5.224) se poate exprima fluxul total transferat:

$$J_A = K_p \cdot A \cdot \Delta p \quad (5.226)$$

respectiv cantitatea totală de component **A** transferată într-un timp oarecare t . Dacă J_A este flux molar [kmol/s], atunci:

$$n_A = K_p \cdot A \cdot \Delta p \cdot t \text{ [kmol]} \quad (5.227)$$

Dacă în ecuația (5.219) se înlocuiesc, prin intermediul legii lui Henry, presiunile parțiale p_A și p_{Ai} funcție de concentrațiile corespunzătoare din faza lichidă, în conformitate cu ecuațiile (5.220) scrise sub forma:

$$p_{Ai} = x_{Ai} \cdot k_{HA} \quad ; \quad p_A^* = x_A \cdot k_{HA} \quad (5.228)$$

se obține următoarea expresie a fluxului unitar transferat:

$$j_A = k_G \cdot k_{HA} \cdot (x_A^* - x_{Ai}) = k_x \cdot (x_{Ai} - x_A) \quad (5.229)$$

După explicitarea potențialelor individuale de transfer din (5.229) și adunarea membru cu membru a ecuațiilor rezultate, se obține expresia potențialului global de transfer de masă raportat la faza lichidă, exprimat ca diferență de fracții molare de component **A**:

$$x_A^* - x_A = \Delta x = j_A \cdot \left(\frac{1}{k_G \cdot k_{HA}} + \frac{1}{k_x} \right) \quad (5.230)$$

În aceste condiții, fluxurile de masă transferate se pot scrie:

$$\begin{aligned} j_A &= K_x \cdot (x_A^* - x_A) = K_x \cdot \Delta x \\ J_A &= K_x \cdot A \cdot (x_A^* - x_A) = K_x \cdot A \cdot \Delta x \end{aligned} \quad (5.231)$$

în care coeficientul global de transfer de masă raportat la faza lichidă are expresia:

$$K_x = \frac{1}{\frac{1}{k_G \cdot k_{HA}} + \frac{1}{k_x}} \quad (5.232)$$

Unitatea de măsură a coeficientului global K_x este identică cu cea a coeficientului individual de transfer prin faza lichidă, k_x .

Ținând seama și de celelalte modalități de exprimare ale coeficienților individuali de transfer de masă (tab. 5.13), ecuațiile fluxului de component A transferat se pot scrie și sub formele:

$$\begin{aligned} j_A &= K_y \cdot A \cdot (y_A - y_A^*) = K_y \cdot A \cdot \Delta y \\ j_A &= K_C \cdot A \cdot (C_A^* - C_A) = K_C \cdot A \cdot \Delta C \\ j_A &= K_Y \cdot A \cdot (Y_A - Y_A^*) = K_Y \cdot A \cdot \Delta Y \\ j_A &= K_X \cdot A \cdot (X_A^* - X_A) = K_X \cdot A \cdot \Delta X \end{aligned} \quad (5.233)$$

după cum potențialul transferului este exprimat în fracții volumice din faza gazoasă, concentrații molare din faza lichidă, rapoarte volumice din faza gazoasă, rapoarte molare din faza lichidă. Legătura între rapoartele molare Y_A din faza gazoasă și rapoartele molare X_A din faza lichidă se obține, în cazul sistemelor ideale, din legea lui Henry scrisă sub forma:

$$Y_A = \frac{k_{HA}}{P} \cdot X_A = k_f \cdot X_A \quad (5.234)$$

în care P este presiunea totală din sistem, iar k_f este constanta de echilibru a fazelor.

Ecuațiile (5.233) servesc la calculul suprafeței de transfer de masă, A , mărime în funcție de care se stabilesc dimensiunile principale ale echipamentelor de transfer de masă.

Ecuațiile (5.225), respectiv (5.232) se pot scrie și în termeni de rezistențe la transfer. Inversul coeficienților individuali de transfer poartă denumirea de rezistențe parțiale, în timp ce inversul coeficienților globali de transfer poartă denumirea de rezistențe totale la transfer:

$$\frac{1}{K_p} = \frac{1}{k_G} + \frac{k_{HA}}{k_x} \quad (5.235)$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_G \cdot k_{HA}} + \frac{1}{k_x} \quad (5.236)$$

În cazul gazelor cu solubilitate ridicată (HCl în apă, de exemplu) constanta lui Henry are valori foarte mici, astfel încât ultimul termen al ecuației (5.235) este neglijabil și:

$$\frac{1}{K_p} \approx \frac{1}{k_G} \text{ respectiv } K_p \approx k_G \quad (5.237)$$

adică întreaga rezistență la transferul de masă este concentrată în filmul de gaz, rezistența filmului de lichid fiind nulă.

În cazul gazelor cu solubilitate scăzută (O₂ în apă, de exemplu), k_{HA} are valori foarte mari, astfel încât primul termen din ecuația (5.236) se poate neglija și:

$$\frac{1}{K_x} \approx \frac{1}{k_x} \text{ respectiv } K_x \approx k_x \quad (5.238)$$

adică întreaga rezistență la transferul de masă este concentrată în filmul de lichid de la interfață, rezistența filmului de gaz fiind practic nulă.

Pentru gazele cu solubilitate medie (CO₂ în apă, de exemplu), procesul de transfer interfazic este controlat de rezistența ambelor filme, coeficientul global de transfer de masă înglobând ambii coeficienți individuali de transfer.

5.4.3.2. Transfer global de masă la potențial variabil

În majoritatea cazurilor întâlnite în practică, în aparatele în care se efectuează transferul de masă, forța motoare globală variază în lungul aparatului. Pentru calcule se utilizează o valoare medie a potențialului global de transfer de masă, valabilă pe tot domeniul de variație al concentrațiilor.

Se consideră sistemul gaz – lichid din paragraful anterior, cu observația că forța motoare a procesului de transfer de masă este variabilă pe suprafața de transfer de masă A . Pe o suprafață infinit mică, dA , se poate considera potențialul transferului ca fiind constant, astfel încât fluxul de solut **A** transferat din faza gazoasă în faza lichidă va fi:

$$dN_A = K_Y \cdot (Y_A - Y_A^*) \cdot dA = K_X \cdot (X_A^* - X_A) \cdot dA \quad (5.239)$$

unde N_A este fluxul de **A** transferat [kmol **A** / s], Y_A , X_A sunt concentrațiile componentului **A** în faza gazoasă, respectiv lichidă, exprimate sub formă de rapoarte molare {[kmol **A** / kmol **B**], respectiv [kmol **A** / kmol **L**]}, Y_A^* , X_A^* sunt concentrațiile de echilibru ale lui **A**, K_Y și K_X sunt coeficienții globali de transfer de masă raportați la faza gazoasă, respectiv la faza lichidă.

Print transferarea fluxului de solut dN_A , concentrația acestuia în faza gazoasă scade cu dY_A , iar concentrația sa în faza lichidă crește cu dX_A .

Notând cu G debitul de gaz inert $\mathbf{B}$ din faza gazoasă [kmol $\mathbf{B}$ / s] și cu L debitul de solvent inert $\mathbf{L}$ din faza lichidă [kmol $\mathbf{L}$ / s], se poate scrie următoarea ecuație de bilanț de materiale:

$$dN_A = -G \cdot dY_A = +L \cdot dX_A \quad (5.240)$$

Combinând ecuațiile (5.239) și (5.240) se obțin următoarele ecuații diferențiale:

- pentru faza gazoasă: $K_Y \cdot (Y_A - Y_A^*) \cdot dA = -G \cdot dY_A \quad (5.241)$

- pentru faza lichidă: $K_X \cdot (X_A^* - X_A) \cdot dA = +L \cdot dX_A \quad (5.242)$

Separând variabilele și integrând cele două ecuații cu următoarele condiții la limită:

$$\text{La } A=0, \quad Y_A = Y_{IN}, \quad X_A = X_{IN} \quad (5.243)$$

$$\text{La } A=A, \quad Y_A = Y_{FIN}, \quad X_A = X_{FIN}$$

unde indicii IN , respectiv FIN indică valorile concentrațiilor la intrare (inițial), respectiv ieșire (final) din aparat, se obțin expresiile:

$$A = \frac{G}{K_Y} \cdot \int_{Y_{FIN}}^{Y_{IN}} \frac{dY_A}{Y_A - Y_A^*} \quad (5.244)$$

$$A = \frac{L}{K_X} \cdot \int_{X_{IN}}^{X_{FIN}} \frac{dX_A}{X_A^* - X_A}$$

Debitele G și L rezultă din integrarea ecuației (5.240):

$$\int_0^{N_A} dN_A = -G \cdot \int_{Y_{IN}}^{Y_{FIN}} dY_A \Rightarrow G = \frac{N_A}{Y_{IN} - Y_{FIN}} \quad (5.245)$$

$$\int_0^{N_A} dN_A = L \cdot \int_{X_{IN}}^{X_{FIN}} dX_A \Rightarrow L = \frac{N_A}{X_{FIN} - X_{IN}}$$

Combinând ecuațiile (5.244) cu ecuațiile (5.245) se obțin expresiile fluxului de component $\mathbf{A}$ transferat, ecuații care reprezintă **ecuațiile transferului global de masă la potențial variabil**:

$$N_A = K_Y \cdot A \cdot \frac{Y_{IN} - Y_{FIN}}{\int_{Y_{FIN}}^{Y_{IN}} \frac{dY_A}{Y_A - Y_A^*}} = K_Y \cdot A \cdot \Delta Y_{med} \quad (5.246)$$

$$N_A = K_X \cdot A \cdot \frac{X_{FIN} - X_{IN}}{\int_{X_{IN}}^{X_{FIN}} \frac{dX_A}{X_A^* - X_A}} = K_X \cdot A \cdot \Delta X_{med}$$

în care ΔX_{med} și ΔY_{med} reprezintă potențialul global mediu al transferului de

masă, raportat la faza lichidă, respectiv la faza gazoasă. În mod asemănător se pot defini și expresiile potențialului global mediu al transferului exprimate în termeni de presiuni parțiale (Δp_{med}), fracții volumice (Δy_{med}) sau fracții molare (Δx_{med}):

$$\Delta p_{med} = \frac{p_{IN} - p_{FIN}}{\int_{p_{FIN}}^{p_{IN}} \frac{dp_A}{p_A - p_A^*}}; \quad \Delta y_{med} = \frac{y_{IN} - y_{FIN}}{\int_{y_{FIN}}^{y_{IN}} \frac{dy_A}{y_A - y_A^*}}; \quad \Delta x_{med} = \frac{x_{FIN} - x_{IN}}{\int_{x_{IN}}^{x_{FIN}} \frac{dx_A}{x_A^* - x_A}} \quad (5.247)$$

Pentru calculul de dimensionare al aparatelor de transfer de masă, din ecuațiile (5.246) se explicitează aria suprafeței de transfer de masă:

$$A = \frac{N_A}{K_Y \cdot \Delta Y_{med}} = \frac{N_A}{K_X \cdot \Delta X_{med}} = \frac{N_A}{K_G \cdot \Delta p_{med}} = \frac{N_A}{K_y \cdot \Delta y_{med}} = \frac{N_A}{K_x \cdot \Delta x_{med}} \quad (5.248)$$

5.4.3.3. Calculul potențialului global mediu al transferului de masă

Rezolvarea ecuațiilor (5.248) necesită cunoașterea valorilor potențialului global mediu al transferului de masă. Pentru calculul potențialului global mediu cu ajutorul ecuațiilor de tip (5.247) este necesară cunoașterea valorilor inițiale (la intrarea în aparat) și finale (la ieșirea din aparat) ale concentrației componentului transferat. De asemenea, trebuie rezolvate integralele care intervin în ecuațiile de definire a potențialului global mediu.

Într-un aparat de transfer de masă, ecuația care face legătura între concentrațiile actuale (curente) ale fazelor aflate în contact, poartă denumirea de **ecuația liniei de operare**. Ecuația care corelează aceleași mărimi la echilibru este **ecuația liniei de echilibru**. Ambele linii pot fi drepte sau curbe. Când liniile de operare și de echilibru sunt drepte, (fig. 5.17) potențialul devine o funcție liniară de compoziție, iar integrala din ecuațiile

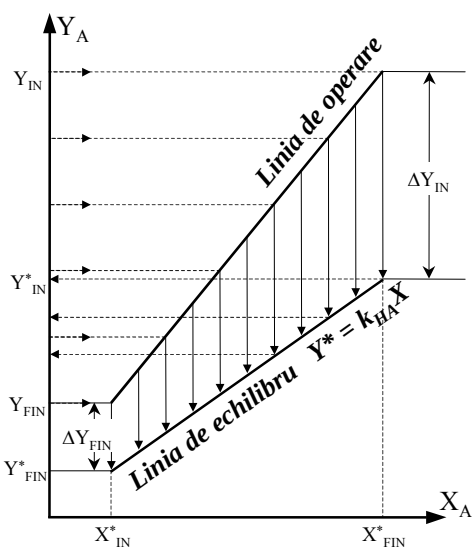


Fig. 5.17. Linia de operare și linia de echilibru pentru sisteme G – L care respectă legea lui Henry

(5.247) se poate rezolva analitic. Dacă cel puțin una din linii este curbă, rezolvarea integralei nu se mai poate efectua pe cale analitică.

Calculul analitic al potențialului global de transfer de masă

Se poate efectua atunci când este valabilă situația din fig. 5.17. Potențialul global variază de la ΔY_{IN} la ΔY_{FIN} . Panta drepte este:

$$\frac{\Delta Y_{IN} - \Delta Y_{FIN}}{Y_{IN} - Y_{FIN}} = \Gamma \quad (5.249)$$

Constanta Γ din ecuația (5.196) este egală și cu raportul diferențialelor:

$$\frac{d\Delta Y_A}{dY_A} = \Gamma \Leftrightarrow \frac{d\Delta Y_A}{dY_A} = \frac{\Delta Y_{IN} - \Delta Y_{FIN}}{Y_{IN} - Y_{FIN}} \quad (5.250)$$

de unde rezultă:

$$dY_A = \frac{Y_{IN} - Y_{FIN}}{\Delta Y_{IN} - \Delta Y_{FIN}} \cdot d\Delta Y_A \quad (5.251)$$

Înlocuind expresia lui dY_A în expresia potențialului global mediu, se obține:

$$\Delta Y_{med} = \frac{Y_{IN} - Y_{FIN}}{\int_{Y_{FIN}}^{Y_{IN}} \frac{dY_A}{Y_A - Y_A^*}} = \frac{Y_{IN} - Y_{FIN}}{\ln \frac{\Delta Y_{IN}}{\Delta Y_{FIN}}} \quad (5.252)$$

în care ΔY_{IN} , ΔY_{FIN} reprezintă respectiv potențialele globale la intrarea și la ieșirea din aparatul de transfer de masă. Semnificația acestor mărimi este evidențiată în fig. 5.17. În mod similar se obțin și expresiile potențialelor medii ΔX_{med} , Δp_{med} , Δx_{med} , Δy_{med} , ΔC_{med} . În toate aceste expresii, potențialul global mediu al transferului de masă este dat de media logaritmică a potențialelor de transfer la extremitățile aparatului.

Calculul grafic al potențialului global de transfer de masă

Sunt extrem de rare cazurile din practica industrială în care atât linia de echilibru cât și linia de operare sunt drepte, astfel încât potențialul global mediu să poată fi determinat analitic. Pentru determinarea grafică a potențialului mediu este necesară cunoașterea liniilor de operare și de echilibru ale sistemului considerat.

Linia de operare se obține pe baza bilanțului de materiale al componentului care se transferă. De regulă, se cunosc concentrațiile

componentului transferat, în cele două faze, la intrarea și la ieșirea din aparat (coordonatele punctelor *M* și *N* din fig. 5.18). Linia de operare se trasează unind cele două puncte; datorită acestui fapt ea apare întotdeauna ca o dreaptă. Alura exactă a liniei de operare poate fi determinată numai pe baza datelor experimentale.

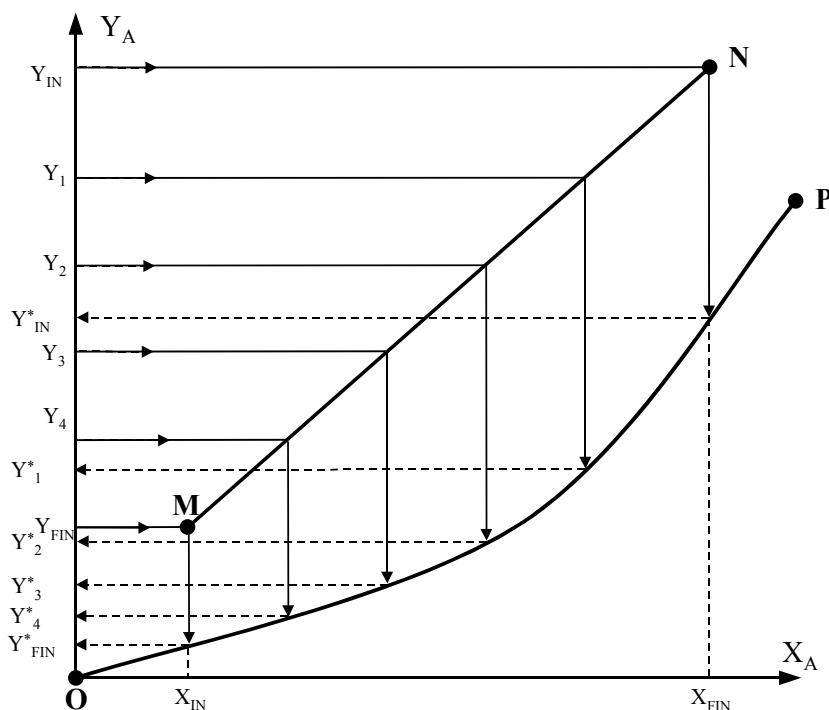


Fig. 5.18. Determinarea concentrațiilor la echilibru prin metoda grafică

Linia de echilibru (curba *OP* din fig. 5.18) se construiește fie pe baza datelor de echilibru pentru sistemul considerat, date obținute pe cale experimentală, fie pe baza unor relații de echilibru de forma:

$$Y_A^* = f(X_A^*) \quad (5.253)$$

Între concentrațiile corespunzătoare intrării (Y_{IN}) și ieșirii (Y_{FIN}) din aparat se aleg câteva valori intermediare, $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$. Pentru fiecare valoare Y_j aleasă se citește, de pe linia de echilibru, valoarea concentrației de echilibru, Y_j^* , corespunzătoare, așa cum se indică în fig. 5.18. Cu perechile de valori $Y_j - Y_j^*$ se construiește funcția:

$$f(Y) = \frac{1}{Y - Y^*} \quad (5.254)$$

Reprezentând grafic funcția $f(Y)$ între $Y = Y_{FIN}$ și $Y = Y_{IN}$ (fig. 5.19), valoarea integralei din ec. (5.246 a) este tocmai aria delimitată de curba $f(Y) = 1/(Y - Y^*)$ și de dreptele $f(Y) = 0$; $Y = Y_{FIN}$; $Y = Y_{IN}$. Expresia potențialului global mediu de transfer de masă raportat la faza gazoasă devine:

$$\Delta Y_{med} = \frac{Y_{IN} - Y_{FIN}}{A_I} \quad (5.255)$$

Pentru calculul potențialului global mediu

raportat la faza lichidă se procedează în mod similar, din diagramă citindu-se de pe linia de echilibru valorile X_j^* corespunzătoare valorilor X_j de pe linia de operare (fig. 5.20 a). Valoarea integralei din ec. (5.246 b) este tocmai aria delimitată de curba $f(X) = 1/(X^* - X)$ și de dreptele $f(X) = 0$;

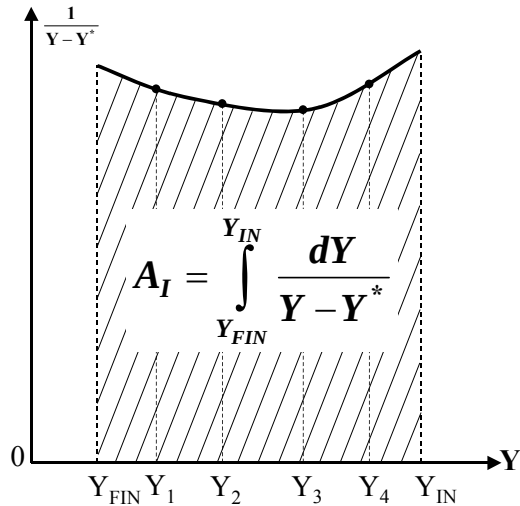


Fig. 5.19. Rezolvarea pe cale grafică a integralei din expresia ΔY_{med}

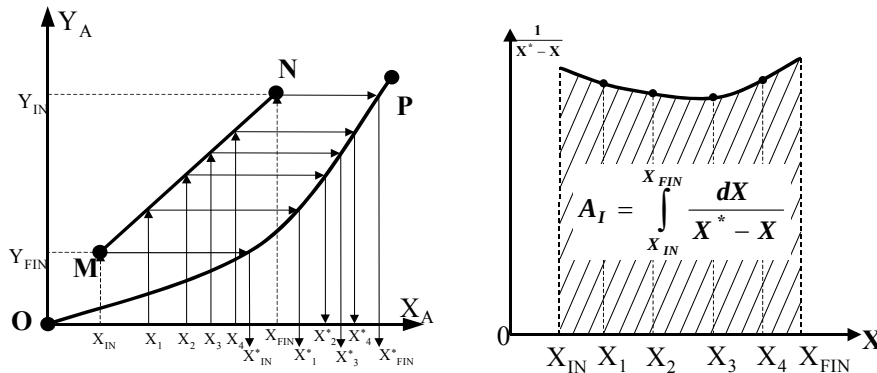


Fig. 5.20. Calculul grafic al potențialului raportat la faza lichidă
a – determinarea concentrațiilor la echilibru; b – rezolvarea grafică a integralei

$X = X_{IN}$; $X = X_{FIN}$ (fig. 5.20 b), iar potențialul global raportat la faza lichidă devine:

$$\Delta X_{med} = \frac{X_{FIN} - X_{IN}}{A_I} \quad (5.256)$$

5.5. DIMENSIONAREA TEHNOLOGICĂ A UTILAJELOR DE TRANSFER DE MASĂ

Operațiile unitare bazate pe transferul de masă interfazic (absorbția, distilarea, rectificarea, extracția, etc.) necesită punerea în contact a celor două faze între care are loc transferul de substanță. Majoritatea instalațiilor industriale folosesc pentru contactarea fazelor aparate de tip coloană, cu funcționare continuă sau discontinuă. Un aparat de tip coloană este un recipient tubular având înălțimea mult mai mare decât diametrul, prevăzut sau nu cu amenajări interioare (talere, grătare, umpluturi, distribuitoare, etc.), prin care fazele implicate în proces curg în echicurent, contracurent sau curent încrucișat.

Punerea în contact a fazelor în aparatele tip coloană se poate realiza **în trepte**, când concentrația fazelor variază în salturi, sau **diferențial**, când concentrația fazelor variază continuu. Coloanele prevăzute cu talere, indiferent de construcția talerului, sunt considerate aparate cu contact în trepte, iar coloanele cu umplutură, cu pulverizare, cu pereți udați sunt considerate aparate cu contact diferențial (fig. 5.21).

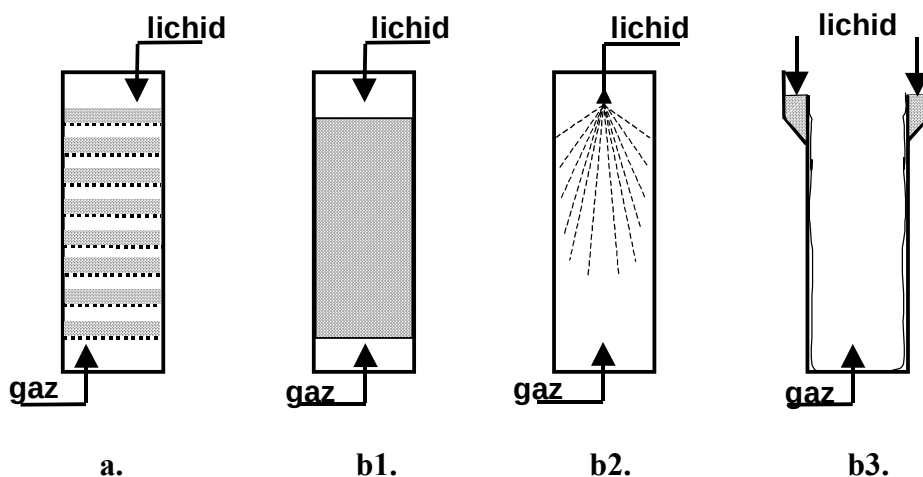


Fig. 5.21. Tipuri de coloane pentru operații bazate pe transferul de masă
 a – Coloană cu contact în trepte (cu talere); b – Coloane cu contact diferențial:
 1 – cu umplutură; 2 – cu pulverizare; 3 – cu pereți udați.

Coloanele destinate realizării proceselor de transfer de masă trebuie să asigure fazelor puse în contact o secțiune de curgere care să asigure o hidrodinamică optimă pentru realizarea procesului, precum și o suprafață de transfer de masă corespunzătoare.

Secțiunea de curgere este dată de diametrul coloanei, acesta fiind o măsură a capacității coloanei.

Suprafața de transfer de masă este dată de înălțimea coloanei, aceasta fiind o măsură a eficacității separării.

5.5.1. Calculul diametrului coloanelor de transfer de masă

În coloanele de transfer de masă (de absorbție, desorbție, distilare, rectificare, extracție) există întotdeauna minimum două faze care circulă în echicurent, contracurent sau în curent încrucișat. De obicei, faza care ocupă o fracție mai mare din aparat este considerată faza continuă, cealaltă fază fiind faza dispersă (discontinuu). O relație simplă care permite estimarea diametrului coloanei este derivată din ecuația debitului mediu de fază continuă:

$$d = \sqrt{\frac{4m_v}{\pi \cdot v}} \text{ [m]} \quad (5.257)$$

în care m_v este debitul volumic al fazei continue [m^3/s], iar v este viteza fictivă a acesteia [m/s].

Viteza fictivă a fazei continue depinde de mai mulți factori, dintre care se pot menționa tipul procesului (absorbție, distilare, extracție, etc.) și modul de contactare al fazelor (în trepte sau diferențial). În cazul coloanelor cu talere, viteza admisibilă a fazelor depinde de tipul talerului (cu clopoței, taler sită, etc.) și de caracteristicile geometrice ale acestuia. În cazul coloanelor cu umplutură, viteza fictivă a fazei continue este funcție de viteza de inversie a fazelor (vezi secțiunea 3.5.3.4. din vol. I). Viteza fictivă corespunzătoare punctului de înecare a coloanei (de inversie a fazelor) se poate determina, pentru procesele de absorbție și de rectificare, cu ajutorul ecuației (3.361) din vol. I.

5.5.2. Calculul înălțimii coloanelor de transfer de masă

Înălțimea coloanelor depinde de gradul de separare impus, de forța motoare și de viteza transferului de masă. Determinarea înălțimii se face funcție de modul de contactare a fazelor în coloană: în trepte sau diferențial.

până la intersecția cu linia de operare **PR**, în punctul I' . Din I' se duce o dreaptă paralelă cu OY până la intersecția cu curba de echilibru în punctul 2. Din 2 se duce o dreaptă paralelă cu OX până la intersecția cu linia de operare **PR**, în punctul $2'$, și așa mai departe, până când ultima dreaptă orizontală se trasează sub punctul **P**. Segmentele verticale ale construcției în trepte reprezintă variația concentrației fazei I, iar cele orizontale reprezintă variația concentrației fazei II. Când concentrația fazei I scade de la **R** la I , concentrația fazei II crește de la I' la I . Aceste variații au loc în treaptă și punctul de intersecție al dreptei **RI** cu dreapta $I'I$ marchează treapta teoretică de contact. Numărul treptelor teoretice de contact este dat de numărul punctelor de intersecție ale construcției în trepte cu curba de echilibru. În cazul prezentat în fig. 5.22, numărul treptelor teoretice de contact este $N_T = 4$.

Întrucât în aparatul real nu se atinge echilibrul între faze, numărul real al treptelor de contact necesare este mai mare decât numărul treptelor teoretice de contact rezultat din determinarea grafică. Abaterea de la atingerea echilibrului se exprimă prin eficiența unei trepte:

$$E_Y = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 - Y_2^*} \text{ sau } E_X = \frac{X_2 - X_1}{X_2^* - X_1} \quad (5.258)$$

sau prin eficiența globală a ansamblului de trepte (eficiența globală a aparatului):

$$E_G = \frac{N_T}{N_R} \quad (5.259)$$

După cum se poate observa, eficiența unei trepte de contact este dată de raportul dintre variația concentrației într-o fază, ca urmare a contactării cu cealaltă fază, și variația maximă a concentrației la atingerea echilibrului.

Eficiența globală a aparatului reprezintă raportul dintre numărul treptelor teoretice de contact (N_T) și numărul real al treptelor de contact (N_R) necesare unei separări impuse. Eficiența globală a aparatelor este funcție de natura și hidrodinamica fazelor, fiind o mărime care se determină pe cale experimentală.

Înălțimea aparatelor cu contact în trepte (H) se determină înmulțind numărul real al treptelor de contact cu distanța dintre două trepte consecutive (h):

$$H = N_R \cdot h \quad (5.260)$$

Numărul real de trepte de contact se determină din ecuația (5.259), pe baza numărului treptelor teoretice de contact determinat grafic și a eficienței globale a aparatului apreciată din date experimentale. Distanța

dintre trepte (h) se alege pe bază de încercări experimentale efectuate în instalații similare celor care sunt dimensionate.

5.5.2.2. Calculul înălțimii coloanelor cu contact diferențial

Calculul se poate efectua fie pornind de la suprafața de transfer de masă, fie de la numărul treptelor de contact.

5.5.2.2.1. Calculul înălțimii din suprafața de transfer de masă

Se utilizează ecuațiile transferului global de masă (5.246) din care se calculează suprafața de transfer de masă, A :

$$A = \frac{N_A}{K_Y \cdot \Delta Y_{med}} = \frac{N_A}{K_X \cdot \Delta X_{med}} \quad (5.261)$$

Fluxul de masă N_A se calculează din bilanțul de masă al solutului, coeficienții globali de transfer de masă K_Y și K_X se determină din ecuațiile prezentate în secțiunea 5.4.3.1., iar potențialul mediu al transferului de masă se determină cu relații de forma (5.252) sau (5.255), (5.256).

Suprafața de transfer de masă, A , se explicitează funcție de tipul constructiv al coloanei:

- pentru **coloanele cu pulverizare**, suprafața de transfer este dată de suprafața exterioară a picăturilor fazei disperse. Considerând picăturile de formă sferică, suprafața de transfer se poate calcula cu relația (4.270).
- pentru **coloanele cu pereți udați**, suprafața de transfer este dată de suprafața peliculei de fază lichidă:

$$A = \pi(D - 2\delta) \cdot H \quad (5.262)$$

unde D este diametrul interior al coloanei, H este înălțimea peretelui udat al coloanei, iar δ este grosimea filmului de lichid.

- pentru **coloanele cu umplutură**, suprafața de transfer de masă este dată de suprafața umpluturii:

$$A = V_u \cdot \sigma_u \cdot f = H_u \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \sigma_u \cdot f \quad (5.263)$$

în care V_u reprezintă volumul umpluturii [m^3]; σ_u este suprafața specifică a umpluturii [m^2/m^3 strat]; f (subunitar) este factorul adimensional de udare al umpluturii; D este diametrul coloanei [m] iar H_u este înălțimea stratului de umplutură [m].

Explicitând H_u din ecuația (5.263) și înlocuind suprafața de transfer din (5.261), se obține:

$$H_u = \frac{4A}{\pi D^2 \cdot \sigma_u \cdot f} = \frac{4N_A}{\pi D^2 \cdot K_Y \cdot \Delta Y_{med} \cdot \sigma_u \cdot f} =$$

$$= \frac{4N_A}{\pi D^2 \cdot K_X \cdot \Delta X_{med} \cdot \sigma_u \cdot f} \quad (5.264)$$

5.5.2.2.2. Calculul înălțimii ca produs între înălțimea unității de transfer (IUT) și numărul unităților de transfer (NUT)

Metoda, utilizată în special pentru calculul înălțimii coanelor cu umplutură, se bazează pe conceptul de **înălțime a unității de transfer**, concept introdus de către **Chilton** și **Colburn** în 1935. Conform acestei metode, înălțimea H_u a stratului de umplutură este dată de relația:

$$H_u = (IUT) \times (NUT) \quad (5.265)$$

în care (IUT) reprezintă înălțimea unității de transfer, iar (NUT) este numărul unităților de transfer.

Pentru calculul înălțimii umpluturii conform acestei metode se pornește de la ecuația transferului global de masă la potențial variabil (5.246), în care suprafața de transfer de masă A se înlocuiește cu expresia (5.263), iar fluxul molar N_A se explicitează din bilanțul solutului. În cazul unui proces gaz – lichid (absorbție, de exemplu), se poate scrie, pe baza ecuațiilor (5.245):

$$N_A = G \cdot (Y_{IN} - Y_{FIN}) = L \cdot (X_{FIN} - X_{IN}) \quad (5.266)$$

Înlocuind (5.263) și (5.266) în ecuațiile (5.246), și explicitând în funcție de H_u , rezultă:

$$H_u = \frac{4G}{K_Y \cdot \pi D^2 \cdot \sigma_u \cdot f} \cdot \int_{Y_{FIN}}^{Y_{IN}} \frac{dY}{Y - Y^*}$$

$$H_u = \frac{4L}{K_X \cdot \pi D^2 \cdot \sigma_u \cdot f} \cdot \int_{X_{IN}}^{X_{FIN}} \frac{dX}{X^* - X} \quad (5.267)$$

Valorile integralelor din relațiile (5.267) sunt numere adimensionale reprezentând *numărul unităților de transfer* (NUT), iar rapoartele din fața integralelor au dimensiunile unor înălțimi, reprezentând *înălțimea unității de transfer* (IUT).

Ecuatiile (5.267) se pot scrie sub forma:

$$\begin{aligned} H_u &= (IUT)_g \times (NUT)_g \\ H_u &= (IUT)_l \times (NUT)_l \end{aligned} \quad (5.268)$$

în care:

$$\begin{aligned} (IUT)_g &= \frac{4G}{K_Y \cdot \pi D^2 \cdot \sigma_u \cdot f} \\ (IUT)_l &= \frac{4L}{K_X \cdot \pi D^2 \cdot \sigma_u \cdot f} \end{aligned} \quad (5.269)$$

sunt înălțimile unităților de transfer raportate la faza gazoasă, respectiv la faza lichidă, iar:

$$(NUT)_g = \int_{Y_{FIN}}^{Y_{IN}} \frac{dY}{Y - Y^*} ; \quad (NUT)_l = \int_{X_{IN}}^{X_{FIN}} \frac{dX}{X^* - X} \quad (5.270)$$

reprezintă numărul unităților de transfer raportat la faza gazoasă, respectiv la faza lichidă.

5.5.2.2.3. Calculul înălțimii ca produs între numărul de trepte teoretice de contact (N_T) și înălțimea echivalentă a unei trepte teoretice de transfer ($IETT$)

Metoda permite determinarea înălțimii umpluturii din coloanele cu contact diferențial înmulțind numărul de trepte teoretice cu înălțimea echivalentă a unei trepte teoretice:

$$H_u = N_T \cdot IETT \quad (5.271)$$

Numărul treptelor teoretice, N_T , se determină folosind aceleași metode care se utilizează în cazul coloanelor cu contact în trepte. O astfel de metodă este prezentată în secțiunea 5.5.2.1.

Înălțimea echivalentă a unei trepte teoretice este înălțimea porțiunii din aparat în care se obține, la o fază, o variație a concentrației egală cu aceea dintr-o treaptă teoretică. Valoarea numerică a $IETT$ se ia aceeași pentru toate treptele teoretice, deși gradul de separare este diferit pe fiecare treaptă. Determinarea $IETT$ se face pe cale experimentală. În literatură există și o serie de relații de calcul a $IETT$, acestea având însă valabilitate restrânsă.

În cazul coloanelor cu umplură, $IETT$ este funcție de forma și mărimea umpluturii, de sistemul care se separă, de geometria aparatului, de modul de contactare și hidrodinamica fazelor. Câteva valori experimentale ale $IETT$ pentru coloane cu umplură sunt redate în tab. 5.20.

Tab. 5.20. Valori experimentale ale înălțimii echivalente unei trepte teoretice de contact (IETT) în coloane cu umplură

Tipul umplurii	d [mm]	H _u [m]	D [m]	Amestecul de separat	m_v $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$	IETT [m]
inele Raschig ceramice	50	3,05	0,300	etanol - apă	1,111	0,670
	25	3,05	0,300		1,067	0,365
	12,5	2,70	0,125		0,744	0,300
inele Raschig de sticlă	10,2	1,00	0,035		0,068	0,090
	10,2	1,00	0,035		0,950	0,150
șei Berl ceramice	25	2,74	0,300		0,203	0,425
	25	2,74	0,300		1,305	0,335
	12,5	3,00	0,300		0,257	0,455
	12,5	3,00	0,300		1,250	0,273
	12,5	2,58	0,050	n-Heptan – metil-ciclohexan	0,271	0,176
	12,5	2,58	0,050		0,950	0,170
	12,5	2,58	0,050		1,355	0,158
șei Berl de aluminiu	12,5	2,58	0,050		0,404	0,150
	12,5	2,58	0,050		0,950	1,137
	12,5	2,58	0,050	1,628	0,103	

d – diametrul corpurilor de umplere;

H_u – înălțimea stratului de umplură;

D – diametrul coloanei;

M_v – debitul specific de vapori;

IETT – înălțimea echivalentă a unei trepte teoretice.

5.6. BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE

1. Bratu, A.E., **Operații unitare în ingineria chimică**, vol. III, Ed. Tehnică, București, 1985;
2. Coulson, J.M. și Richardson, J.F., **Chemical Engineering**, vol. I, Pergamon Press, Oxford, 1993;
3. Doran, P.M., **Bioprocess Engineering Principles**, Academic Press, London, 1995;
4. Floarea, O. și Dima, R., **Procese de transfer de masă și utilaje specifice**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1984;
5. Floarea, O., ș.a., **Operații și utilaje în industria chimică – probleme**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1980;
6. Grassmann, P., **Physikalische Grundlagen der Verfahrenstechnik**, Otto Sale Verlag und Verlag Sauerlander, Frankfurt/Main, 1983;

7. Iordache, O. și Smigelschi, O., **Ecuatiile fenomenelor de transfer de masă și căldură**, Ed. Tehnică, București, 1981;
8. Pavlov, K.F., Romankov, P.G. și Noskov, A.A., **Procese și aparate în ingineria chimică – exerciții și probleme**, Ed. Tehnică, București, 1981;
9. Roman, R.V. și Gavrilesco, M., **Fenomene de transfer în bioprocese**, Ed. Dosoitei, Iași, 1997;
10. Strățulă, C., **Purificarea gazelor**, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1984;
11. Tudose, R.Z., ș.a., **Procese, operații și utilaje în industria chimică**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1977;

6. ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

6.1. TRANSFERUL SIMULTAN DE IMPULS, CĂLDURĂ, MASĂ

În capitolele 3, 4 și 5 s-a discutat în mod amănunțit despre forțele de frecare care se manifestă între straturile unui fluid aflat în mișcare, despre transferul conductiv și convectiv al căldurii, despre mecanismele prin care are loc transferul de substanță între faze sau în interiorul aceleiași faze. Toate aceste probleme majore: transferul de impuls, transferul de căldură și transferul de masă, au fost tratate ca fenomene independente. În majoritatea operațiilor unitare întâlnite în practică, sunt implicate unul sau mai multe procese de transfer de impuls, căldură sau masă.

De exemplu, procesele de distilare fracționată (rectificare) sau de absorbție a unui gaz într-un lichid au loc în coloane cu umplutură, prin care vaporii sau gazul circulă în contracurent cu faza lichidă. Umplutura are rolul primordial de a asigura o suprafață de contact între faze cât mai mare, și de a induce o turbulență cât mai avansată în cele două fluide. Se știe că în curgerea turbulentă deplin dezvoltată, atât transferul de impuls, cât și transferul de masă decurg cu viteze mari. În aceste coloane se poate vorbi de existența simultană a transferului de impuls și de masă.

În procesele de uscare cu aer cald apar simultan transferul de impuls (între aerul în curgere și particulele supuse uscării), transferul de căldură (de la aerul cald către material) și transferul de masă (trecerea apei din materialul umed, sub formă de vaporii în faza gazoasă).

Cele trei procese fundamentale de transfer nu numai că sunt similare din punct de vedere fizic, dar între ele se pot stabili chiar relații cantitative.

Este bine cunoscut faptul că la curgerea laminară a unui fluid de-a lungul unei suprafețe solide, datorită efectului de frânare produs de conturul solid, între straturile adiacente de fluid apare un transfer net de impuls de la stratul cu viteză mai mare la stratul cu viteză mai mică. Acest fapt se datorează trecerii continue a purtătorilor de impuls de tip molecular dintr-un strat în altul. În mod similar, deplasarea purtătorilor moleculari are tendința de a reduce orice gradient de temperatură sau de concentrație (dacă fluidul este alcătuit din doi sau mai mulți componenți). La contactul cu conturul solid, efectele transferului molecular sunt contracarate de forțele de frecare de suprafață.

Dacă mișcarea fluidului este turbulentă, peste procesele de transfer prin mecanism molecular se suprapun procese de transfer prin purtători de natură turbulentă (turbioane, curenți turbionari, vortexuri, etc.). Vitezele

proceselor de transfer sunt funcție de gradul de turbulență. Într-un fluid puternic turbulent, viteza transferului prin mecanism molecular este insignifiantă în comparație cu viteza transferului prin mecanism turbulent. Pentru fluide cu turbulență redusă, vitezele de transfer prin cele două mecanisme pot fi de același ordin de mărime.

În capitolele anterioare (secțiunile 3.3.3. și 4.4.1) s-a discutat despre **stratul limită** hidrodinamic, respectiv termic. La curgerea turbulentă a unui fluid de-a lungul unei suprafețe plane, curgerea poate fi împărțită în mod convențional în trei zone (fig. 6.1):

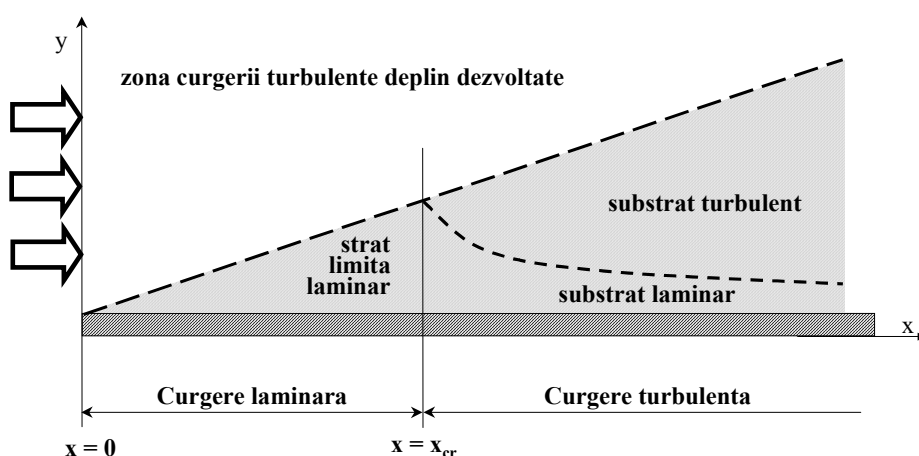


Fig. 6.1. Zone convenționale de curgere

- (1) zona substratului laminar, în care singura deplasare normală la direcția de curgere este datorată difuziunii moleculare;
- (2) zona substratului turbulent a stratului limită (așa-numita zonă tampon), în care difuziunea moleculară și difuziunea turbulentă sunt comparabile ca ordin de mărime;
- (3) zona exterioră stratului limită (zona curgerii turbulente deplin dezvoltate), în care difuziunea turbulentă este mult mai mare în comparație cu difuziunea moleculară.

Alături de impuls, căldura și cantitatea de substanță pot fi și ele transferate fie numai prin difuziune moleculară, fie atât prin difuziune moleculară cât și prin difuziune turbulentă. Întrucât efectele difuziunii turbulente sunt mult mai mari decât cele ale difuziunii convective, principala rezistență la transfer va apărea în acele zone în care transferul are loc numai prin mecanism molecular. Astfel, principala rezistență la transferul de căldură sau de masă către o suprafață apare în zona substratului

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

laminar a stratului limită. Întrucât grosimea acestuia este invers proporțională cu valoarea criteriului Re , este explicabil de ce coeficienții de transfer de căldură și de masă cresc la creșterea valorii Re .

Trebuie menționat faptul că există anumite limite în aplicarea analogiei între transferul de impuls, pe de o parte, și transferul de căldură și masă, pe de altă parte. În primul rând, nu trebuie uitat faptul că impulsul este o **mărime vectorială**, în timp ce cantitatea de căldură și cantitatea de substanță sunt **mărimi scalare**. În al doilea rând, relațiile cantitative sunt aplicabile numai acelei părți a transferului de impuls care rezultă din cauza **forțelor de frecare de suprafață**. Aceste forțe apar datorită tensiunilor tangențiale dintre straturile adiacente de fluid care se mișcă cu viteze diferite. O altă parte a transferului de impuls, fără corespondent în transferul de căldură sau de masă, este datorată **forțelor de frecare de formă**. Aceste forțe de natură inerțială apar datorită vortexurilor formate atunci când fluidul întâmpină o rezistență cauzată de contactul cu suprafața unui contur solid: o șicană, asperități ale conductelor, umpluturi, etc.

6.2. ELEMENTE COMUNE FENOMENELOR DE TRANSFER

Fenomenele de transfer de impuls, căldură, masă, posedă o serie de elemente comune, și anume:

(1) Proprietatea transferată

Fiecare dintre fenomenele de transfer studiate are o anumită proprietate care trebuie transferată, respectiv deplasată de la un punct la altul. Această proprietate trebuie să existe acumulată, sau să fie debitată continuu, la punctul inițial al transferului. Proprietățile transferate în cazul celor trei fenomene de transfer sunt respectiv: impulsul (momentul, cantitatea de mișcare), cantitatea de căldură (energia termică), cantitatea de substanță (masa).

(2) Purtătorii de sarcină

Proprietatea care se transferă este transportată de către purtători de sarcină, care au capacitatea de a prelua porțiuni din cantitatea de proprietate care se transferă, de a o transporta către un anumit punct și de a o "livra" în punctul respectiv. Funcție de tipul lor, purtătorii de sarcină pot fi:

- purtători radianți (fotoni, molecule la presiuni extrem de reduse);
- purtători difuzionali (atomi, ioni, electroni, molecule);

FENOMENE DE TRANSFER

- purtători convectivi (asociații moleculare, porțiuni de lichid, turbioane, vortexuri).

Cele mai importante proprietăți ale purtătorilor de sarcină sunt:

- mărimea sarcinii transportate;
- fluxul (debitul raportat la unitatea de secțiune);
- mobilitatea (viteza momentană și viteza medie);
- drumul liber mijlociu.

(3) Forța motoare a transferului

Transferul este posibil doar atunci când există o forță motoare sau o diferență de potențial. Existența acestei diferențe de potențial permite transferul proprietății de la nivelul superior al potențialului către un nivel inferior al acestuia. Forța motoare este caracteristică fiecărui fenomen de transfer:

- diferența de viteză pentru transferul de impuls;
- diferența de temperatură pentru transferul de căldură;
- diferența de concentrație pentru transferul de masă.

(4) Itinerarul parcurs

Tendința naturală a oricărui fenomen de transfer este aceea de a urma calea minimei rezistențe, respectiv de a decurge după linia de pantă maximă a câmpului de potențial.

(5) Mediul de transfer

Influența mediului asupra transferului este caracterizată de **rezistența** pe care acesta o opune deplasării proprietății transferate. Mărimea inversă a acestei rezistențe la transfer poartă generic denumirea de **conductivitate**.

La modul cel mai general, transferul unidirecțional al unei proprietăți poate fi descris de următoarea ecuație diferențială:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = -\chi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (6.1)$$

în care Π este proprietatea transferată, Φ este potențialul transferului, χ este conductivitatea mediului, $\partial \Pi / \partial t$ este fluxul proprietății transferate, $\partial \Phi$ este diferența (căderea) de potențial, ∂x reprezintă porțiunea de itinerar, iar $\partial \Phi / \partial x$ reprezintă gradientul diferenței de potențial.

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

Funcție de proprietatea transportată, legea fundamentală a transferului unidirecțional exprimată prin ecuația (6.1) devine respectiv:

- legea lui Newton pentru transferul de impuls:

$$\frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} = -\nu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6.2)$$

- legea lui Fourier pentru transferul de căldură:

$$\frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial t} = -a \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6.3)$$

- legea lui Fick pentru transferul de masă:

$$\frac{\partial m}{A \cdot \partial t} = -D \frac{\partial C}{\partial x} \quad (6.4)$$

6.3. MECANISME DE TRANSFER

În funcție de tipul purtătorilor de sarcină și de condițiile în care are loc transferul, se pot considera următoarele mecanisme de transfer:

- transfer radiant;
- transfer difuzional sau molecular;
- transfer convectiv.

6.3.1. Transfer prin mecanism radiant

Dacă purtătorii de sarcină sunt de tip radiant (radiațiile termice, de exemplu), sau dacă itinerarul parcurs este o dreaptă (cazul moleculelor de gaze la presiuni extrem de scăzute), atunci se poate considera că transferul de proprietate decurge după un mecanism radiant.

6.3.2. Transfer prin mecanism molecular

În acest caz, purtătorii de proprietate sunt de tip molecular, ei parcurg un drum sinuos, cu frecvente ciocniri și devieri, deci și cu transfer de sarcină către alți purtători. Itinerarul este parcurs în porțiuni scurte, inegale, între două modificări aleatoare de direcție. Direcția generală a transferului este însă direcția căderii de potențial.

În cazul transferului prin difuziune moleculară, variația în timp a potențialului se exprimă printr-o ecuație de forma:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B \cdot \nabla^2 \Phi \quad (6.5)$$

în care B este difuzivitatea mediului la proprietatea transferată. Dacă se scrie ecuația (6.5) pentru transferul de căldură sau de masă, se obțin formele particulare ale ecuației Fourier – Kirchhoff [vezi și ec. (4.123)]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 T \quad (6.6)$$

respectiv ale celei de-a doua legi a lui Fick [vezi și ec. (5.74)]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 C \quad (6.7)$$

pentru transferul de căldură, respectiv de masă, în regim nestaționar, în fluide aflate în repaus.

Dacă se consideră un fluid newtonian cu densitate constantă aflat în curgere laminară, tensiunea tangențială poate fi scrisă în conformitate cu legea de frecare a lui Newton [vezi și ec. (3.14)]:

$$\tau_{yx} = -\mu \cdot \frac{dv_x}{dy} = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{d(\rho \cdot v_x)}{dy} = -\nu \cdot \frac{d(\rho \cdot v_x)}{dy} \quad (6.8)$$

Tensiunea tangențială τ_{yx} este o măsură vitezei de transfer a impulsului pe unitatea de suprafață într-o direcție normală (y) la direcția de curgere (x). Întrucât $\rho \cdot v_x$ poate fi considerat drept concentrația impulsului, viteza de transfer a impulsului pe unitatea de suprafață este proporțională cu gradientul concentrației impulsului pe direcția y . Coeficientul de proporționalitate este dat de raportul dintre viscozitatea dinamică a fluidului și densitatea acestuia; el poartă denumirea de **viscozitate cinematică**, și este măsurat în m^2/s . Semnul minus indică faptul că impulsul se transferă de la fluidul cu viteză mai mare către fluidul cu viteză mai mică, iar tensiunea tangențială acționează în sensul opus sensului de mișcare a fluidului.

Din ecuația Fourier a transferului termic prin conductivitate (4.21), cantitatea de căldură transferată în unitatea de timp prin unitatea de suprafață, la o distanță y față de suprafață este:

$$q_y = -\lambda \cdot \frac{dT}{dy} = -\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} = -a \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} \quad (6.9)$$

Termenul $\rho \cdot c_p \cdot T$ reprezintă cantitatea de căldură conținută în unitatea de volum de fluid, astfel încât fluxul termic transferat este proporțional cu gradientul pe direcția y a concentrației volumice a căldurii. Coeficientul de proporționalitate a poartă denumirea de difuzivitate termică și se exprimă în m^2/s . Semnul minus indică faptul că transferul căldurii are loc de la zona cu temperatură ridicată la zona cu temperatură mai redusă.

Pe baza legii I a lui Fick (5.34) se poate scrie că fluxul de masă

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

transferat al componentului **A** dintr-un amestec este proporțional cu gradientul de concentrație al componentului respectiv:

$$j_{A,y} = -D \cdot \frac{dC_A}{dy} \quad (6.10)$$

Coeficientul de proporționalitate D poartă denumirea de coeficient de difuziune și se exprimă în m^2/s . Semnul minus indică faptul că transferul de masă decurge în sensul scăderii concentrației componentului **A**.

Asemănarea esențială între cele trei procese de transfer descrise de ecuațiile (6.8), (6.9) și (6.10) este că vitezele de transfer ale impulsului, căldurii și masei sunt proporționale cu gradientii de concentrație ai acestor mărimi. Coeficienții de proporționalitate ν , a și D , au aceeași dimensiune, $L^2 \cdot T^{-1}$.

În cazul gazelor, se poate da și o semnificație fizică similară a acestor mărimi. Viscositatea cinematică, difuzivitatea termică și coeficientul de difuziune sunt mărimi proporționale cu produsul dintre drumul liber mijlociu al moleculelor și viteza medie a acestora. Mai mult, pentru același gaz, valorile ν , a și D sunt foarte apropiate (tab. 6.1).

Tab. 6.1. Valorile ν , a și D pentru câteva gaze [m^2/s]

GAZUL	ν	a	D
Aer	13,7	18,8	18,1
Oxigen	13,5	18,6	19,9
Hidrogen	94,7	136,0	129,0
Oxid de carbon	7,0	8,9	10,4

Raporturile dintre aceste mărimi sunt numere adimensionale utilizate drept criterii de similitudine:

$$\frac{\nu}{a} = \text{Pr (Prandtl)}; \quad \frac{\nu}{D} = \text{Sc (Schmidt)}; \quad \frac{a}{D} = \text{Le (Lewis)} \quad (6.11)$$

În tab. 6.2 sunt prezentate valorile acestor criterii de similitudine pentru câteva gaze. Se observă valorile apropiate ale acestor criterii.

*Tab. 6.2. Valorile criteriilor **Prandtl**, **Schmidt** și **Lewis** pentru câteva gaze*

GAZUL	$\nu/a = \text{Pr}$	$\nu/D = \text{Sc}$	$a/D = \text{Le}$
Aer	0,73	0,76	1,04
Oxigen	0,73	0,71	0,97
Hidrogen	0,70	0,73	1,05
Oxid de carbon	0,79	0,67	0,85

În cazul lichidelor nu este posibilă exprimarea proprietăților fizice în funcție de viteza și drumul liber mijlociu al acestora.

6.3.3. Transfer prin mecanism convectiv

În cazul fluidelor aflate în mișcare, peste transportul prin mecanism molecular se suprapune transportul prin mecanism convectiv, în care purtătorii de proprietate de tip convectiv sunt antrenati în mișcarea locală și generală a mediului.

Transferul convectiv – laminar decurge prin purtători de tip molecular, fiind descris de ecuația (pentru transfer unidirecțional după direcția x):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial(v_x \cdot \Phi)}{\partial x} \quad (6.12)$$

în care v_x este viteza fluidului pe direcția x .

Transferul convectiv – turbulent decurge prin purtători de tip convectiv, având volume și durate de viață diferite. Acești purtători se formează din cauze locale, parcurg o distanță oarecare după care dispar, cedând mediului sarcina transferată. Datorită masei și sarcinii mari a purtătorilor de tip convectiv, transferul turbulent este mult mai eficient.

Pentru descrierea acestui tip de transfer se folosește o ecuație similară cu ecuația (6.13):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = (B + B_t) \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial(v_x \cdot \Phi)}{\partial x} \quad (6.13)$$

în care termenul B_t este “difuzivitatea de turbulentă”, o noțiune care descrie în mod formal transferul turbulent.

Transferul prin mecanism convectiv poate fi **liber** sau **forțat**, după cum el se datorează unor neomogenități locale de proprietate (diferențe locale de densitate, temperatură sau concentrație) sau unor forțe aplicate sistemului din exteriorul acestuia (agitare, pompare, etc.). În cazul **convecției libere**, viteza v_x este funcție de potențialul Φ , iar transferul decurge în conformitate cu ecuația (6.12) sau (6.13), după cum regimul de curgere este laminar sau turbulent. În cazul convecției forțate, viteza v_x a fluidului nu mai depinde de potențialul Φ , astfel încât ecuațiile de transfer (6.12) și (6.13) devin respectiv:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - v_x \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = (B + B_t) \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - v_x \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (6.15)$$

6.3.4. Transfer interfazic

Când itinerarul proprietății transferate traversează o interfață transferul devine interfazic, caracterizându-se prin schimbarea speciei purtătorilor în fiecare fază și prin apariția unor rupturi de pantă ale gradientului de potențial la interfață. Admițând teoria celor două filme, în straturile limită de la interfață apar gradienti mari de potențial. Rezistența la transfer este micșorată prin crearea de turbulență în straturile vecine interfeței.

Ecuția de transfer între mai multe faze se poate scrie sub forma generală:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i \cdot A}} = \frac{\Delta\Phi}{R_T} \quad (6.16)$$

în care:

- $\Delta\Phi$ - diferența totală de potențial;
- k_i - coeficientul individual de transfer prin faza “i”;
- n - numărul fazelor de pe itinerarul transferului;
- A - aria suprafeței de transfer.

Numitorul ecuației (6.16) reprezintă suma tuturor rezistențelor care se opun transferului (rezistența totală la transfer, R_T).

Coeficientul de transfer k_i este definit de ecuația:

$$\frac{d\Pi}{dt} = k_i \cdot A \cdot \Delta\Phi_i \quad (6.17)$$

în care $\Delta\Phi_i$ reprezintă căderea de potențial corespunzătoare transferului prin faza “i”.

6.4. TRANSFER MOLECULAR, CONVECTIV ȘI TURBULENT

În secțiunea anterioară s-a arătat că într-un fluid static în care există gradienti de viteză, temperatură sau concentrație, transferul de impuls, căldură sau masă apar ca rezultat al mișcării aleatorii a purtătorilor de proprietate de tip molecular. Prin analogie cu teoria cinetico-moleculară a gazelor, conform căreia viscozitatea cinematică (ν), difuzivitatea termică (a)

și coeficientul de difuziune (D) sunt proporționale cu viteza moleculelor și cu drumul mijlociu al acestora, **Prandtl** introduce noțiunile de viscozitate cinematică de turbulență (ν_t), difuzivitate termică de turbulență (a_t), respectiv difuziune de turbulență (D_t). Extinzând analogia, este de așteptat ca ν_t , a_t și D_t să fie proporționale cu produsul dintre o viteză și o lungime, ambele caracteristice turbioanelor din fluid. În timp ce ν , a și D depind de natura fluidelor, având pentru un fluid de o anumită compoziție, presiune și temperatură valori unice, bine determinate, ν_t , a_t și D_t depind de intensitatea turbulenței, fiind funcție de caracterul curgerii, valorile lor variind de la un punct la altul în interiorul fluidului. Se pot defini astfel numerele adimensionale turbulente:

$$\text{Pr}_t = \frac{\nu_t}{a_t}; \quad \text{Sc}_t = \frac{\nu_t}{D_t}; \quad \text{Le}_t = \frac{a_t}{D_t}; \quad (6.18)$$

Adoptând pentru curgerea turbulentă ecuații similare cu ecuațiile (6.8) – (6.10) se pot defini tensiunile tangențiale turbulente, τ_t , fluxurile termice unitare turbulente, q_t , respectiv fluxurile masice turbulente, j_t :

$$\tau_t = -\nu_t \cdot \frac{d(\rho \cdot v_x)}{dy} \quad (6.19)$$

$$q_t = -a_t \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} \quad (6.20)$$

$$j_{A,t} = -D_t \cdot \frac{dC_A}{dy} \quad (6.21)$$

În cazul curgerii turbulente, tensiunea tangențială totală este dată de suma tensiunilor difuzionale (6.8) și turbulente (6.19), fluxul termic total este dat de suma fluxurilor difuzional (6.9) și turbulent (6.20), iar fluxul masic total este dat de suma fluxurilor masice difuzional (6.10) și turbulent (6.21):

$$\tau_T = \tau_y + \tau_t = -(\nu + \nu_t) \cdot \frac{d(\rho \cdot v_x)}{dy} \quad (6.22)$$

$$q_T = q_y + q_t = -(a + a_t) \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} \quad (6.23)$$

$$j_{A,T} = j_{A,d} + j_{A,t} = -(D + D_t) \cdot \frac{dC_A}{dy} \quad (6.24)$$

Asemănarea grupurilor de ecuații [(6.8) - (6.10)], [(6.19) - (6.21)] și [(6.22) - (6.24)] indică analogia existentă între transferul cantității de mișcare, transferul cantității de căldură și transferul cantității de substanță.

Ecuațiile diferențiale care descriu conservarea impulsului, energiei și masei au, de asemenea, forme similare. Pentru exemplificare, în tab. 6.3

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

sunt redate expresiile ecuațiilor **Navier – Stokes** [vezi și (3.144)], **Fourier – Kirchhoff** [vezi și (4.122)], **Fick** [vezi și (5.73)]. Ecuațiile sunt scrise pentru fluide newtoniene aflate în curgere laminară, având viscozitate cinematică, difuzivitate termică și coeficient de difuziune constante. Pentru transferul impulsului s-a considerat curgerea pe direcția x în câmp gravitațional. Pentru transferul termic, respectiv transferul de masă, se consideră existența unor surse interne de căldură (S_q), respectiv de substanță (S_j).

Asemănarea celor trei ecuații prezentate în tabelul 6.3 este o consecință a faptului că toate cele trei transferuri se realizează prin același mecanism fizic: deplasarea întâmplătoare a purtătorilor de sarcină de tip molecular sau convectiv. Variația în timp a mărimii transferate este datorată difuziunii moleculare, convecției sau surselor interne. Convecția este descrisă de termenii care conțin derivatele parțiale de ordin I, iar difuziunea moleculară este descrisă de termenii care conțin derivatele parțiale de ordinul II.

*Tab. 6.3. Ecuațiile diferențiale de conservare ale cantității de mișcare (**Navier – Stokes**), cantității de căldură (**Fourier – Kirchhoff**), cantității de substanță (**Fick**)*

$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + g_x$
$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + S_q$
$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + S_j$

Termenii care dau sursele sunt foarte diverși. Mărimea g corespunde surselor de impuls pe unitatea de masă, adică o accelerație, S_q corespunde surselor termice (mediul exterior, efectul termic al unei reacții chimice, etc.), iar S_j corespunde surselor de substanță (masa schimbată cu exteriorul, masa generată/consumată prin reacții chimice, etc.).

6.5. ANALOGIA FENOMENELOR DE TRANSFER

Analogia existentă între transferul de impuls, transferul de căldură și transferul de masă face posibilă tratarea unui fenomen, greu sau imposibil de descris cantitativ, prin intermediul altui fenomen mai ușor de abordat, fenomen care se desfășoară în condiții similare, utilizându-se rezultatele teoretice sau experimentale obținute pentru acesta din urmă.

Astfel, este posibilă determinarea coeficienților individuali de transfer de masă utilizându-se relațiile de calcul pentru coeficientul de frecare de la curgerea fluidelor, sau cele utilizate pentru determinarea coeficienților individuali de transfer de căldură.

Aplicarea analogiilor formale este limitată de aplicarea unor condiții restrictive, și anume:

- proprietățile fizice ale fluidelor sunt constante;
- în sistem nu se generează/consumă masă sau/și energie;
- în sistem nu intervine emisia/absorbția de energie radiantă;
- în sistem nu intervine energia disipată prin frecare;
- profilul vitezelor nu este afectat de transferul de masă și/sau energie.

6.5.1. Analogia Reynolds

Această analogie permite stabilirea unei legături între rezistența la curgere, rezistența la transferul termic și rezistența la transferul de substanță, respectiv între coeficientul de frecare λ , coeficientul individual de transfer termic α , și coeficientul individual de transfer de masă, k .

Se consideră că un element de volum de fluid este adus de către turbioane din masa de fluid către interfață (sau către o suprafață solidă); acest element nu se amestecă cu porțiunile de fluid pe care le străbate, iar la interfață atinge instantaneu echilibrul, proprietățile sale luând valorile de echilibru: v_0 , T_p sau $C_{A,i}$. Un volum egal de fluid este deplasat simultan în direcția opusă, de la interfață (suprafață) către masa de fluid, proprietățile sale luând valorile: v_∞ , T_∞ , $C_{A,\infty}$. Astfel, într-un fluid aflat în curgere există un transfer de impuls, precum și un transfer simultan de căldură (dacă există un gradient de temperatură), sau de masă (dacă există un gradient de concentrație). Existența substratului limită laminar și a substratului limită turbulent este neglijată.

Cantitativ, plecând de la ecuațiile difuziunii turbulente [(6.19) – (6.21)], se poate scrie:

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

$$\tau_t = -\tilde{v}_x' \cdot l \cdot \frac{d(\rho \cdot \bar{v}_x)}{dy} \quad (6.25)$$

$$q_t = -\tilde{v}_x' \cdot l_h \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot \bar{T})}{dy} \quad (6.26)$$

$$j_{A,t} = -\tilde{v}_x' \cdot l_d \cdot \frac{d\bar{C}_A}{dy} \quad (6.27)$$

În relațiile (6.25) – (6.27), viscozitatea cinematică de turbulență, difuzivitatea termică de turbulență și difuziunea de turbulență s-au scris ca produse între viteza medie a moleculelor și drumul liber mijlociu al acestora, exprimat sub forma lungimilor de amestec, iar parametrii v_x , T și C_A sunt descriși de relațiile (5.59). În ipoteza egalității lungimilor de amestec, $l = l_h = l_d$, prin împărțirea relațiilor (6.20), respectiv (6.21) cu relația (6.19), rezultă:

$$q_t = \tau_t \cdot c_p \cdot \frac{d\bar{T}/dy}{d\bar{v}_x/dy} \quad (6.28)$$

$$j_{A,t} = \frac{\tau_t}{\rho} \cdot \frac{d\bar{C}_A/dy}{d\bar{v}_x/dy} \quad (6.29)$$

Întrucât mărimile $\bar{v}_x, \bar{T}, \bar{C}_A$ variază proporțional, având același mecanism de transport și același profil, relațiile (6.28), (6.29) se pot scrie:

$$q_t = \tau_t \cdot c_p \cdot \frac{\Delta \bar{T}}{\Delta \bar{v}_x} \quad (6.30)$$

$$j_{A,t} = \frac{\tau_t}{\rho} \cdot \frac{\Delta \bar{C}_A}{\Delta \bar{v}_x} \quad (6.31)$$

Considerând transportul de proprietate de la fluid la perete, cele trei forțe motoare au expresiile:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{v}_x &= \bar{v}_\infty - 0 \\ \Delta \bar{T} &= \bar{T}_\infty - \bar{T}_p \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$\Delta \bar{C}_A = \bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,i}$$

iar tensorul τ_t corespunde valorii $y = 0$ (lângă perete), adică $\tau_t = \tau_0$.

În aceste condiții, ecuațiile (6.30) și (6.31) devin respectiv:

$$\frac{q_t}{\bar{T}_\infty - \bar{T}_p} = \frac{\tau_0 \cdot c_p}{\bar{v}_\infty} = \alpha \quad (6.33)$$

$$\frac{j_{A,t}}{\bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,i}} = \frac{\tau_0}{\rho \cdot \bar{v}_\infty} = k \quad (6.34)$$

Pentru a evidenția analogia dintre fenomene, după împărțirea cu $\bar{v}_\infty$ și rearanjarea termenilor, ecuațiile (6.33) și (6.34) se scriu:

$$\frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot \bar{v}_\infty} = \frac{k}{\bar{v}_\infty} = \frac{\tau_0}{\rho \cdot \bar{v}_\infty^2} = \frac{\lambda}{8} = \frac{f}{2} \quad (6.35)$$

unde λ este coeficientul adimensional de frecare definit prin ecuația (3.167), iar f este factorul de frecare.

Relațiile (6.35) permit calculul valorii coeficientului parțial de transfer de masă sau de căldură când se cunosc valorile coeficientului de frecare și viceversa.

Datorită simplificării introduse ($l = l_h = l_d$), valabilitatea relațiilor (6.35) se restrânge pentru cazurile în care $Pr = Sc = 1$. De asemenea, aceste relații se confirmă experimental numai pentru sisteme în care rezistența la curgere este datorată doar frecării de suprafață.

6.5.2. Analogia Prandtl - Taylor

Analogia Reynolds prezentată anterior consideră că turbulența se extinde până la interfață (sau până la conturul solid). Neținând cont de existența substratului limită laminar, pentru sistemele în care criteriile Pr și Sc au valori diferite de unitate, neglijează contribuția transferului de proprietate prin mecanism molecular. Analogia Prandtl – Taylor ia în considerare un model fizic conform căruia stratul limită este format din substratul laminar și substratul turbulent, fiecare cu mecanismul corespunzător de transfer. Se neglijează acea zonă a fluidului în care cele două mecanisme de transfer (cel molecular și cel turbulent) coexistă.

Pentru zona turbulentă sunt valabile ecuațiile (6.19) – (6.21), scrise pentru limitele zonei considerate $\bar{v}_\infty, \bar{T}_\infty, \bar{C}_{A,\infty}$ și respectiv $\bar{v}_s, \bar{T}_s, \bar{C}_{A,s}$, unde prin indicele s s-a notat suprafața de separație dintre substratul limită laminar și substratul limită turbulent (vezi și fig. 6.1). Cu aceste notații, fluxurile de căldură și substanță din zona turbulentă se scriu:

$$\begin{aligned} q_t &= \tau_t \cdot c_p \cdot \frac{\bar{T}_\infty - \bar{T}_s}{\bar{v}_\infty - \bar{v}_s} \\ j_{A,t} &= \frac{\tau_t}{\rho} \cdot \frac{\bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,s}}{\bar{v}_\infty - \bar{v}_s} \end{aligned} \quad (6.36)$$

Pentru substratul limită laminar, fluxurile de impuls, căldură și masă sunt date de relațiile:

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

$$\tau_{y,x} = -\mu \cdot \frac{d\bar{v}_x}{dy}; \quad q_y = -a \cdot \frac{d\bar{T}}{dy}; \quad j_{A,y} = -D \cdot \frac{d\bar{C}_A}{dy}; \quad (6.37)$$

Ținând seama de liniaritatea profilului proprietăților și de faptul că limitele domeniului corespund valorile $\bar{v}_s, \bar{T}_s, \bar{C}_{A,s}$ - pentru frontiera cu substratul limită turbulent și $\bar{v}_x = 0, \bar{T} = \bar{T}_p, \bar{C}_A = \bar{C}_{A,i}$ - pentru frontiera cu peretele solid (sau cu interfața), relațiile (6.37) pot fi scrise sub forma:

$$\begin{aligned} q_y &= \tau_{y,x} \cdot \frac{a \cdot \rho \cdot c_p}{\mu} \cdot \frac{d\bar{T}/dy}{d\bar{v}_x/dy} = \tau_{y,x} \cdot \frac{a \cdot \rho \cdot c_p}{\mu} \cdot \frac{\bar{T}_s - \bar{T}_p}{\bar{v}_s} \\ j_{A,y} &= \tau_{yx} \cdot \frac{D}{\mu} \cdot \frac{d\bar{C}_A/dy}{d\bar{v}_x/dy} = \tau_{yx} \cdot \frac{D}{\mu} \cdot \frac{\bar{C}_{A,s} - \bar{C}_{A,i}}{\bar{v}_s} \end{aligned} \quad (6.38)$$

În regim staționar, fluxurile transferate prin mecanisme diferite sunt egale:

$$\begin{aligned} \tau_t &= \tau_{y,x} = \tau_0 \\ q_t &= q_y = q \\ j_{A,t} &= j_{A,y} = j_A \end{aligned} \quad (6.39)$$

Cele două zone ale stratului limită fiind în serie, rezistențele la transferul de proprietate se însumează. Explicitând potențialul transferului din (6.36) și (6.38) și ținând cont de condițiile de staționaritate (6.39) se poate scrie:

$$\begin{aligned} \bar{T}_\infty - \bar{T}_s &= q \cdot \frac{\bar{v}_\infty - \bar{v}_s}{\tau_0 \cdot c_p}; \\ \bar{T}_s - \bar{T}_p &= q \cdot \frac{\mu \cdot \bar{v}_s}{\tau_0 \cdot a \cdot \rho \cdot c_p}; \end{aligned} \quad (6.40)$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,s} &= j_A \cdot \frac{(\bar{v}_\infty - \bar{v}_s) \cdot \rho}{\tau_0}; \\ \bar{C}_{A,s} - \bar{C}_{A,i} &= j_A \cdot \frac{\mu \cdot \bar{v}_s}{\tau_0 \cdot D}; \end{aligned} \quad (6.41)$$

Adunând (6.40), respectiv (6.41), membru cu membru, în final se obține expresia potențialului termic global, respectiv expresia potențialului difuzional global:

$$\bar{T}_\infty - \bar{T}_p = \frac{q \cdot \bar{v}_\infty}{\tau_0 \cdot c_p} \cdot \left[\frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_\infty} (\text{Pr} - 1) + 1 \right] \quad (6.42)$$

$$\bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,i} = \frac{j_A \cdot \rho \cdot \bar{v}_\infty}{\tau_0} \cdot \left[\frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_\infty} (\text{Sc} - 1) + 1 \right] \quad (6.43)$$

Relațiile (6.42) și (6.43) permit calculul coeficientului individual de transfer termic, respectiv al coeficientului parțial de transfer de masă, în funcție de mărimile caracteristice celor două zone – laminară și turbulentă – ale stratului limită:

$$\alpha = \frac{q}{\bar{T}_\infty - \bar{T}_p} = \frac{\tau_0 \cdot c_p}{\bar{v}_\infty} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_\infty} (\text{Pr} - 1)} \quad (6.44)$$

$$k = \frac{j_A}{\bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,i}} = \frac{\tau_0}{\rho \cdot \bar{v}_\infty} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_\infty} (\text{Sc} - 1)} \quad (6.45)$$

Înlocuind raportul vitezelor din stratul limită în funcție de factorul de frecare f sau de coeficientul de frecare λ :

$$\frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_\infty} = 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \quad (6.46)$$

ecuațiile (6.44) și (6.45) se pot scrie:

$$\alpha = \frac{\frac{f}{2} \cdot \rho \cdot c_p \cdot \bar{v}_\infty}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot (\text{Pr} - 1)} \quad (6.47)$$

$$k = \frac{\frac{f}{2} \cdot \bar{v}_\infty}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot (\text{Sc} - 1)} \quad (6.48)$$

sau sub forma criteriilor Nusselt, respectiv Sherwood:

$$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda_h} = \text{Nu} = \frac{f}{2} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Pr}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} (\text{Pr} - 1)} = \frac{\lambda}{8} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Pr}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} (\text{Pr} - 1)} \quad (6.49)$$

$$\frac{k \cdot l}{D} = \text{Sh} = \frac{f}{2} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Sc}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} (\text{Sc} - 1)} = \frac{\lambda}{8} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Sc}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} (\text{Sc} - 1)} \quad (6.50)$$

În ecuația (6.49) termenul λ_h reprezintă coeficientul de conductivitate termică [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$], notat uzual tot cu λ . S-a folosit această notație pentru a-l diferenția de coeficientul de frecare λ [adimensional].

6.5.3. Analogia von Kármán

Această analogie ține seama de mecanismul de transfer prin toate zonele stratului limită: mecanism molecular pentru substratul laminar, mecanism turbulent pentru substratul turbulent, mecanism molecular și turbulent pentru zona de tranziție de la substratul laminar la substratul turbulent.

Pentru zona substratului laminar, fluxurile transferate sunt descrise de ecuațiile (6.8) – (6.10), pentru zona substratului turbulent de ecuațiile (6.19) – (6.21), iar pentru zona de tranziție de ecuațiile (6.22) – (6.24).

Adoptând o ecuație empirică pentru descrierea profilului vitezelor în zona intermediară se determină diferențele de viteză, temperatură, concentrație în această zonă. Pentru celelalte două zone se utilizează analogia Prandtl – Taylor. Prin însumarea potențialelor parțiale ale fiecărei zone se obțin potențialele totale: $(\bar{v}_\infty - 0)$, $(\bar{T}_\infty - \bar{T}_p)$, respectiv $(\bar{C}_{A,\infty} - \bar{C}_{A,i})$.

Relațiile finale cu ajutorul cărora se determină coeficienții individuali de transfer de căldură și de masă sunt de forma:

$$\alpha = \frac{f}{2} \cdot \frac{\rho \cdot c_p \cdot \bar{v}_\infty}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \left[\text{Pr} - 1 + \ln \frac{1}{6} (1 + 5 \cdot \text{Pr}) \right]} \quad (6.51)$$

respectiv:

$$k = \frac{f}{2} \cdot \frac{\bar{v}_\infty}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \left[\text{Sc} - 1 + \ln \frac{1}{6} (1 + 5 \cdot \text{Sc}) \right]} \quad (6.52)$$

sau scrise sub formă criterială:

$$\text{Nu} = \frac{f}{2} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Pr}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \left[\text{Pr} - 1 + \ln \left(\frac{1 + 5 \cdot \text{Pr}}{6} \right) \right]} \quad (6.53)$$

respectiv:

$$\text{Sh} = \frac{f}{2} \cdot \frac{\text{Re} \cdot \text{Sc}}{1 + 5 \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} \cdot \left[\text{Sc} - 1 + \ln \left(\frac{1 + 5 \cdot \text{Sc}}{6} \right) \right]} \quad (6.54)$$

6.5.4. Analogia Chilton - Colburn

Pe baza unui număr mare de date experimentale, **Chilton** și **Colburn** definesc așa-numiții “factori de transfer j ”: j_h (heat) – factorul de transfer de căldură și j_d (diffusion) – factorul de transfer de masă, având expresiile:

$$j_h = \frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \cdot Pr^{2/3} = St_h \cdot Pr^{2/3} = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot \bar{v}_\infty} \cdot Pr^{2/3} \quad (6.55)$$

$$j_d = \frac{Sh}{Re \cdot Sc^{1/3}} = \frac{Sh}{Re \cdot Sc} \cdot Sc^{2/3} = St_d \cdot Sc^{2/3} = \frac{k}{\bar{v}_\infty} \cdot Sc^{2/3} \quad (6.56)$$

în care cu St_h și St_d s-au notat respectiv criteriile **Stanton termic** și **Stanton difuzional**.

Dacă se compară (6.55) cu (6.49) și cu (6.53), respectiv (6.56) cu (6.50) și cu (6.54), considerând numitorul ecuațiilor (6.49) și (6.53) egal cu $Pr^{2/3}$, iar pe cel al ecuațiilor (6.50) și (6.54) egal cu $Sc^{2/3}$, se poate scrie:

$$\frac{f}{2} = \frac{\lambda}{8} = j_h = j_d \quad (6.57)$$

La același rezultat se ajunge și prin rezolvarea exactă în condițiile stratului limită a ecuațiilor curgerii, difuziunii și transferului termic.

Ecuația (6.57) a fost confirmată de rezultatele experimentale în intervalul $0,6 < Sc < 2500$, și permite evaluarea coeficienților individuali de transfer de masă pe baza datelor privind transferul termic.

Relația (6.57) este dedusă pentru curgerea de-a lungul unei plăci plane, dar dă rezultate satisfăcătoare și pentru alte geometrii care nu prezintă rezistență de formă la curgere. Pentru corpurile care au rezistență de formă la curgere se poate admite că:

$$j_h = j_d \neq \frac{f}{2} \quad (6.58)$$

Relația (6.58) permite evaluarea coeficienților de transfer de masă din date de transfer termic, fiind aplicabilă în domeniile: $0,6 < Sc < 2500$ și $0,6 < Pr < 100$.

Dacă în sistem intervine și frecarea de formă, (6.57) se completează cu rapoartele m_h și m_d care țin cont de faptul că lungimile de amestec (hidrodinamică, termică și difuzională) au valori diferite:

$$\begin{aligned} v_t &= \tilde{v}'_y \cdot l; & a_t &= \tilde{v}'_y \cdot l_h; & D_t &= \tilde{v}'_y \cdot l_d; \\ m_h &= \frac{l_h}{l}; & m_d &= \frac{l_d}{l}; \end{aligned} \quad (6.59)$$

În aceste condiții, analogia dintre transferul de impuls, căldură și masă se scrie sub forma:

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

$$\frac{f}{2} = \frac{\lambda}{8} = \frac{1}{m_h} \cdot j_h = \frac{1}{m_d} \cdot j_d \quad (6.60)$$

Rapoartele m_h și m_d sunt diferite de unitate, valoarea lor fiind funcție atât de intensitatea turbulenței, cât și de proprietățile fizice ale fluidului considerat. Experimental, s-a determinat pentru difuziunea turbulentă în gaze valoarea $m_d = 1,4$; se cunosc însă și alte valori, mai mici sau mai mari, ajungând până la valoarea 2 în zona din aval la curgerea peste un cilindru.

Dacă, de exemplu, se consideră transferul termic printr-o conductă, sau transferul de substanță într-o coloană cu pereți udați, iar pentru calculul coeficientului de frecare λ se folosește ecuația lui **Blasius** (vezi tab. 3.6):

$$\lambda = 0,184 \cdot \text{Re}^{-0,2} \quad (6.61)$$

în care Re se calculează pe baza vitezei medii, v , se obține succesiv:

- pentru transferul de căldură:

$$j_h = \text{St}_h \cdot \text{Pr}^{2/3} = \frac{0,184}{8} \cdot \text{Re}^{-0,2} \quad (6.62)$$

$$\text{Nu} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^{0,33}$$

- pentru transferul de masă:

$$j_d = \text{St}_d \cdot \text{Sc}^{2/3} = \frac{0,184}{8} \cdot \text{Re}^{-0,2} \quad (6.63)$$

$$\text{Sh} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Sc}^{0,33}$$

Relațiile (6.62 b) și (6.63 b) sunt frecvent folosite în calculul coeficienților individuali de transfer de căldură, respectiv a coeficienților individuali de transfer de masă, pentru fluide aflate în curgere turbulentă.

6.6. SISTEMATIZAREA CRITERIILOR DE SIMILITUDINE

În foarte puține cazuri, fenomenele de transfer se pot descrie prin intermediul unor ecuații simple, a căror rezolvare să fie posibilă cu ajutorul unui aparat matematic adecvat. În majoritatea cazurilor întâlnite în practică, au loc simultan mai multe fenomene de transfer care evoluează în spațiul tridimensional, astfel încât chiar dacă se cunosc ecuațiile sau sistemele de ecuații diferențiale care descriu procesul respectiv, rezolvarea lor, analitică sau numerică, este imposibilă.

Pentru proiectarea echipamentelor în care au loc procese bazate pe transferul de impuls, masă, căldură (mașini, aparate, reactoare, bioreactoare) se face încă apel la **metoda similitudinii** (vezi capitolul 2). Conform acestei metode, într-o primă etapă, pe baza experimentelor efectuate pe un model la

scară de laborator sau pilot, se determină tipul, forma și dimensiunile echipamentului, precum și condițiile de operare pentru obținerea unor rezultate optime. În etapa a doua are loc transpunerea datelor obținute la scara modelului de laborator sau pilot la scara prototipului semiindustrial sau industrial. Această transpunere la scară sau “scale-up” se realizează pe baza egalității unor criterii de similitudine scrise pentru model și pentru prototip.

La ora actuală sunt cunoscute câteva sute de criterii de similitudine utilizate în ingineria proceselor fizice, ingineria chimică și biochimică, termotehnică, energetică, etc (vezi și tab. 2.3).

Peretz a scris rapoartele posibile între fluxurile difuzional (d) și turbulent (t) (difuzional + convectiv) de impuls (R), căldură (Q) și masă (J). Aceste șase fluxuri luate două câte două formează 15 criterii posibile, redată în tab. 6.4.

Tab. 6.4. Criterii de similitudine posibile formate din fluxurile unitare difuzionale și turbulente de impuls, căldură și masă

$\frac{R_t}{R_d} = \frac{v \cdot l}{\nu} = \text{Re}$	$\frac{Q_t}{Q_d} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \text{Nu}$	$\frac{J_t}{J_d} = \frac{k \cdot l}{D} = \text{Sh}$
$\frac{R_d}{Q_d} \approx \frac{\nu}{a} = \text{Pr}$	$\frac{R_d}{J_d} \approx \frac{\nu}{D} = \text{Sc}$	$\frac{Q_d}{J_d} \approx \frac{a}{D} = \text{Le}$
$\frac{R_t}{Q_d} \approx \frac{v \cdot l}{a} = \text{Pe}$	$\frac{R_t}{N_d} \approx \frac{v \cdot l}{D} = K_1$	$\frac{Q_t}{N_d} \approx \frac{\alpha \cdot l}{c_p \cdot \rho \cdot D} = K_2$
$\frac{Q_t}{R_t} \approx \frac{\alpha}{c_p \cdot \rho \cdot v} = \text{St}$	$\frac{N_t}{R_t} \approx \frac{k}{v} = K_3$	$\frac{Q_t}{N_t} \approx \frac{\alpha}{c_p \cdot \rho \cdot k} = K_4$
$\frac{R_d}{Q_t} \approx \frac{c \cdot \rho \cdot v}{\alpha \cdot l} = K_5$	$\frac{R_d}{N_t} \approx \frac{\nu}{k \cdot l} = K_6$	$\frac{Q_d}{N_t} \approx \frac{\alpha}{k \cdot l} = K_7$

Din cele 15 criterii redare în tab. 6.4, opt sunt criteriile cele mai frecvent întâlnite în ingineria proceselor fizice, ele purtând numele unor cunoscuți oameni de știință. Celelalte criterii au fost notate cu simbolurile $K_1 \dots K_7$.

Peretz și **Bratu** sistematizează cele 15 criterii de similitudine din tab. 6.4 într-un graf hexagonal (fig. 6.2). Cele șase fluxuri sunt înscrise în colțurile hexagonului; fiecare linie periferică sau diagonală reprezintă un criteriu de similitudine ca raport al celor două fluxuri de la extremitățile liniei; sensul săgeților de la una din extremitățile fiecărei linii arată și sensul raportului. Reprezentarea mai are și proprietatea că valoarea fiecărui criteriu

ANALOGIA ÎNTRE TRANSFERUL DE IMPULS, CĂLDURĂ ȘI MASĂ

de similitudine este egală cu produsul criteriilor de similitudine luate pe oricare drum (linie frântă) parcurs între extremitățile liniei pe care este notat criteriul care interesează (ținând seama de sensul săgeților). De exemplu:

$$Re = \frac{1}{St \cdot K_5} = \frac{K_1}{K_2 \cdot K_5} = \frac{K_1}{Sc} = \frac{Pe \cdot K_7}{K_6} = \frac{Pe}{Pr} = \frac{Sh}{K_3 \cdot Sc} \quad (6.64)$$

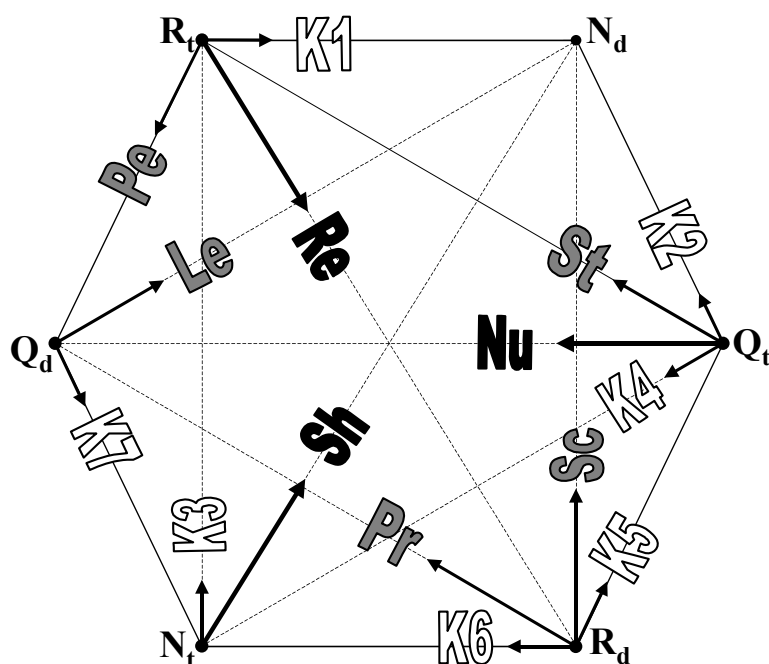


Fig. 6.2. Graf hexagonal pentru sistematizarea unor criterii de similitudine

6.7. BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ PENTRU APROFUNDARE

1. Bennett, C.O. și Myers, J.E., **Momentum, Heat and Mass Transfer**, 3rd ed, McGraw – Hill, New York, 1983;
2. Bratu, A.E., **Operații unitare în ingineria chimică**, vol. III, Ed. Tehnică, București, 1985;
3. Brodkey, R.S. și Hershey, H.C., **Transport Phenomena**, McGraw-Hill, New York, 1988;
4. Coulson, J.M și Richardson, J.F., **Chemical Engineering**, vol. I, Pergamon Press, Oxford, 1993;

5. Floarea, O. și Jinescu, G., **Procedee intensive în operațiile unitare de transfer**, Ed. Tehnică, București, 1975;
6. Iordache, O., **Procese polistocastice aplicate la fenomenele de transfer**, Ed. Academiei, București, 1982;
7. Iordache, O. și Smigelschi, O., **Ecuțiile fenomenelor de transfer de masă și căldură**, Ed. Tehnică, București, 1981;
8. Reynolds, A.J., **Curgeri turbulente în tehnică**, Ed. Tehnică, București, 1982;
9. Săvulescu, Șt. N., **Cercetări matematice în teoria modernă a stratului limită**, Ed. Academiei, București, 1981;
10. Vasilescu, A.A., **Analiza dimensională și teoria similitudinii**, Ed. Academiei, București, 1969;

7. BIBLIOGRAFIE GENERALĂ

1. Alexandru, R. – **Fenomene de transfer: tabele, diagrame și nomograme generale**, Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, 1995;
2. Banu, C. (coord.) - **Manualul inginerului de industrie alimentară**, vol. I, Ed. Tehnică, București, 1998;
3. Berinde, T. și Berinde, M. – **Bilanțuri energetice în procese industriale**, Ed. Tehnică, București, 1985;
4. Berinde, T., Ionașcu, T., Resiga, R., Ritzinger, E., Ruja, N. și Varvari, I. – **Întocmirea și analiza bilanțurilor energetice în industrie**, Ed. Tehnică, București, 1976;
5. Bratu, E.A. - **Operații unitare în ingineria chimică**, vol. I-III, Ed. Tehnică, București, 1984-85;
6. Coulson, J.M. și Richardson, J.F. - **Chemical Engineering**, vol. I - II, Pergamon Press, Oxford, UK, 1993;
7. Doran, P.M. – **Bioprocess Engineering Principles**, Academic Press, London, 1995;
8. Floarea, O., Jinescu, G., Balaban, C., Vasilescu, P. și Dima, R. – **Operații și utilaje în industria chimică – probleme**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1980;
9. Florea, J., Robescu, D., Petrovici, T. și Stamatoiu, D. – **Dinamica fluidelor polifazice și aplicațiile ei tehnice**, Ed. Tehnică, București, 1987;
10. Florea, J., Seteanu, I., Zidaru, Gh. și Panaitescu, V. – **Mecanica fluidelor și mașini hidropneumatice – probleme**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1982;
11. Franks, R.G.E. - **Modelarea și simularea în ingineria chimică**, Ed. Tehnică, București, 1979;
12. Grassmann, P. – **Physikalische Grundlagen der Verfahrenstechnik**, Otto Sale Verlag und Verlag Sauerlander, Frankfurt/Main, 1983;
13. Iliescu, Gh.M. – **Constante termofizice ale principalelor produse alimentare**, Ed. Tehnică, București, 1971;
14. Iliescu, Gh. și Vasile, C. – **Caracteristici termofizice ale produselor alimentare**, Ed. Tehnică, București, 1982;
15. Jâșcanu V., ș.a. - **Fenomene de transfer, operații și aparate în industria alimentară - îndrumar de laborator**, Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, 1985;
16. Jinescu, G. - **Procese hidrodinamice și utilaje specifice în industria chimică**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1983;

17. Marinoiu, V., Strățulă, C., Petcu, A., Pătrășcioiu, C. și Marinescu, C. – **Metode numerice aplicate în ingineria chimică**, Ed. Tehnică, București, 1986;
18. Nicolae, D., Lungu, R. și Cismaru, C. – **Măsurarea parametrilor fluidelor – echipamente și sisteme**, Ed. Scrisul Romanesc, Craiova 1986;
19. Pavlov, K.F., Romankov, P.G. și Noskov, A.A. – **Procese și aparate în ingineria chimică – exerciții și probleme**, Ed. Tehnică, București, 1981;
20. Petrescu, S. și Mămăligă, I. – **Ingineria proceselor chimice**, vol. I, Ed. Cermi, Iasi, 1997;
21. Pop, I. – **Teoria stratului limită nestăionar**, Ed. Științifică și Enciclopedică, București 1983;
22. Popa, B. și Carabogdan, I.Gh. (coord.) – **Manualul inginerului termotehnician**, vol. I-III, Ed. Tehnică, București, 1986;
23. Rășenescu, I. – **Operații și utilaje în industria alimentară**, vol. I, II, Ed. Tehnică, București, 1971;
24. Rășenescu I. - **Operații și utilaje în industria alimentară**, fasc. I - III, Universitatea “Dunărea de Jos” Galați, 1978, 1979, 1982;
25. Reynolds, A.J. – **Curgeri turbulente în tehnică**, Ed. Tehnică, București, 1982;
26. Roman, P. și Grigorescu, N.V.M. – **Hidrotransport**, Ed. Tehnică, București, 1989;
27. Roman, R.V. și Gavrilăscu, M. – **Fenomene de transfer în bioprocese**, Ed. Dosoitei, Iași, 1997;
28. Rose, L.M. – **Chemical Reactor Design in Practice**, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, 1981;
29. Soare, S. – **Hidrodinamica fluidizării și transportul pneumatic**, Universitatea “Petroil și Gaze” Ploiești, 1978;
30. Soare, S. - **Procese hidrodinamice**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1979;
31. Stancu, Al. și Mămăligă, I. – **Industria chimică – operații și utilaje de bază**, Ed. Gh. Asachi, Iași, 1997;
32. Tudose, R.Z., ș.a. - **Procese, operații, utilaje în industria chimică**, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1977;
33. Tudose, R.Z., ș.a. - **Reologia compușilor macromoleculari**, vol. I-III, Ed. Tehnică, București, 1982, 1984, 1987;
34. Vasilescu, A.A. – **Analiza dimensională și teoria similitudinii**, Editura Academiei, București, 1969;
35. Zlokarnik, M. – **Dimensional Analysis and Scale-up in Chemical Engineering**, Springer Verlag, Berlin, 1991.