

TRANSFERUL DE IMPULS

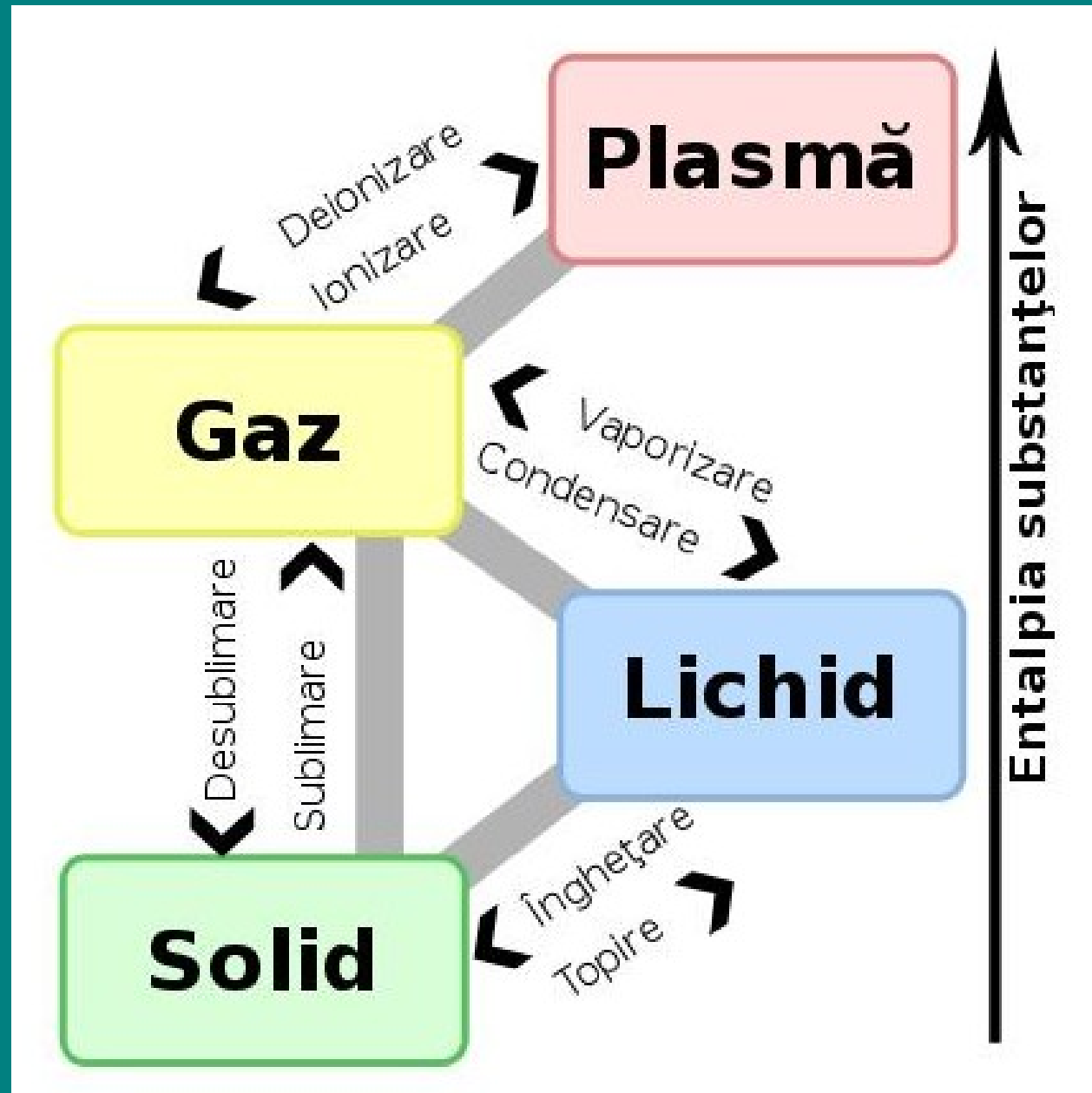
Notiuni generale despre fluide

Elemente de reologie

Statica fluidelor

Dinamica fluidelor

NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- D.p.d.v. macroscopic, corpurile materiale:

- corpuri solide



- corpuri fluide



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

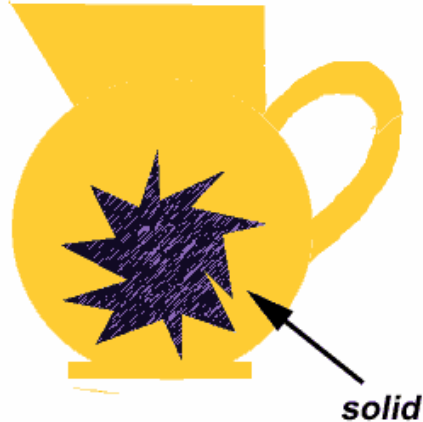
- **Solidele** = corpuri cu dimensiuni și forme bine definite, a căror principală caracteristică este **rigiditatea**.
- Sunt obiect de studiu al **mecanicii corpurilor rigide**, modificată prin **legile elasticității** pentru corpurile care nu pot fi considerate perfect rigide.

NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

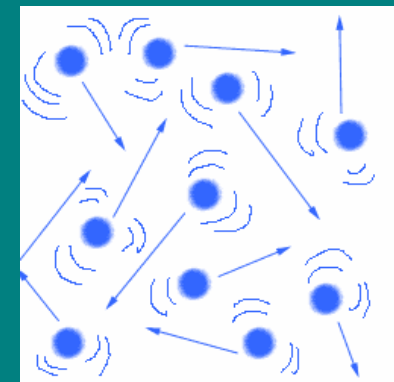
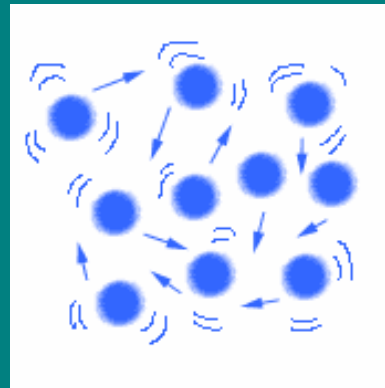
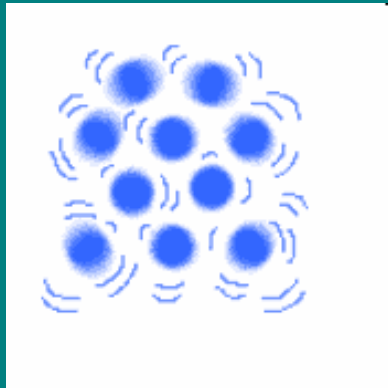
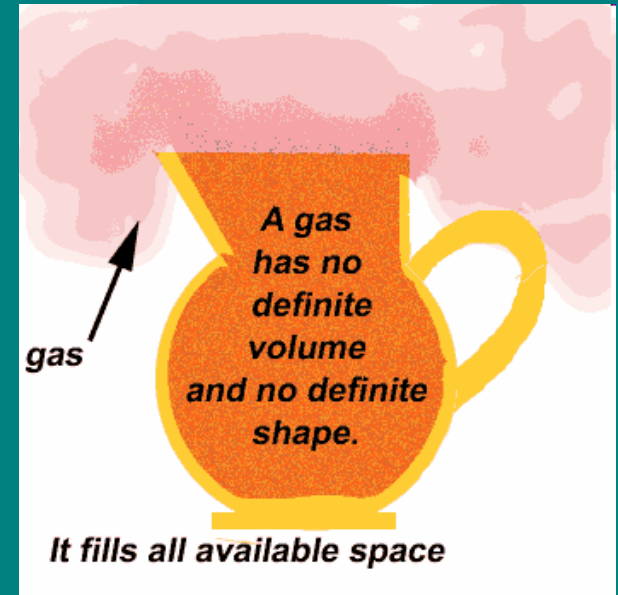
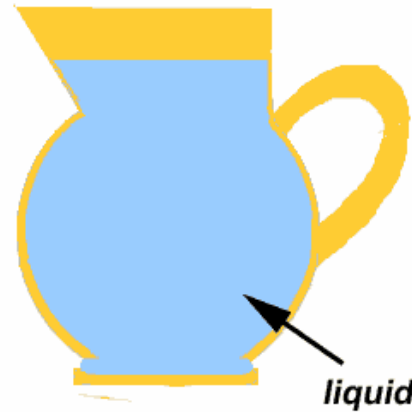
- **Fluidele** = corpuri caracterizate prin:
 - mobilitate mare,
 - rezistență la rupere practic nulă,
 - deformare ușoară (sunt lipsite de formă proprie).
- Principala proprietate a acestor corpuri este **fluiditatea**.

NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

**A solid keeps its own shape.
It has a definite volume and
a definite shape**



**A liquid takes the shape of its
container. It has a definite
volume but no definite shape.**



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- Clasificarea fluidelor:
 - după modul lor de comportare la aplicarea unei presiuni exterioare:
 - fluide incompresibile (lichide): $V = \text{ct.}, \forall P$
 - fluide compresibile (gaze și vapori): $V = f(P)$
 - după efectele pe care le produce asupra lor acțiunea unei tensiuni tangențiale:
 - fluide newtoniene
 - fluide nenewtoniene

NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- Lichidele
 - fluide foarte puțin compresibile,
 - au proprietatea de a forma o suprafață liberă în contact cu un gaz, sau o suprafață de separare în contact cu un alt lichid nemiscibil.



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- Gazele

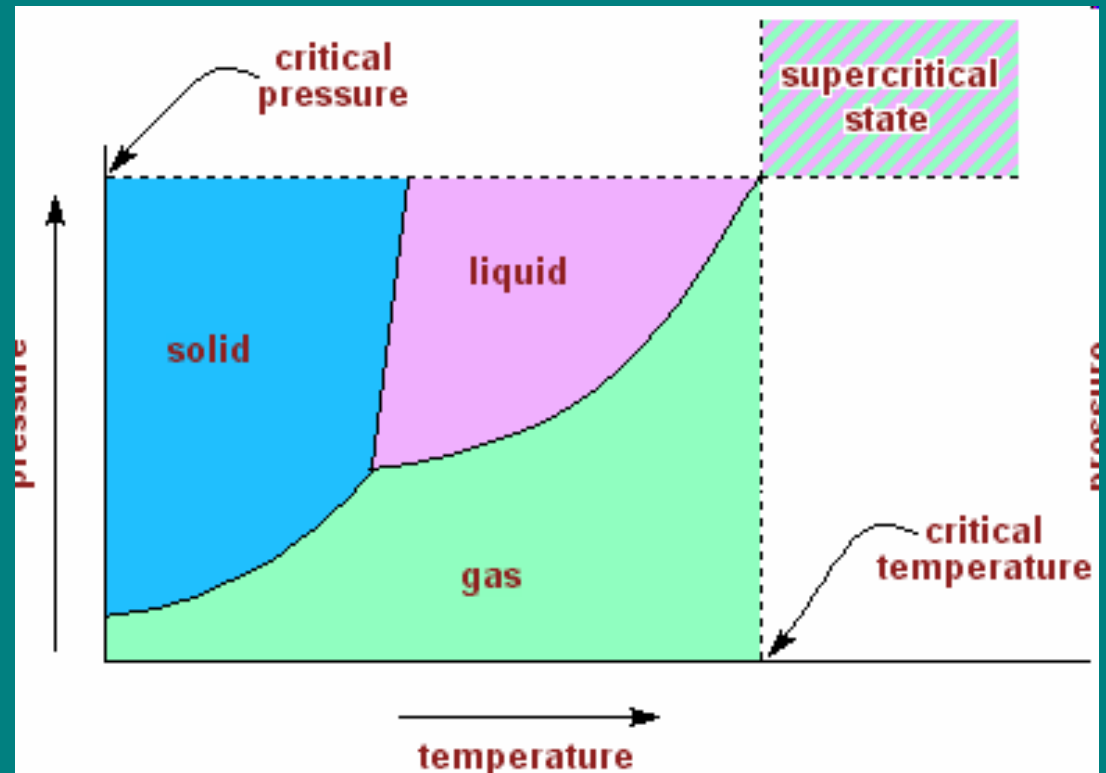
- sunt fluide care ocupă întreg volumul în care se află și sunt foarte compresibile.

- gaze permanente (necondensabile):

- $T > T_{cr}$

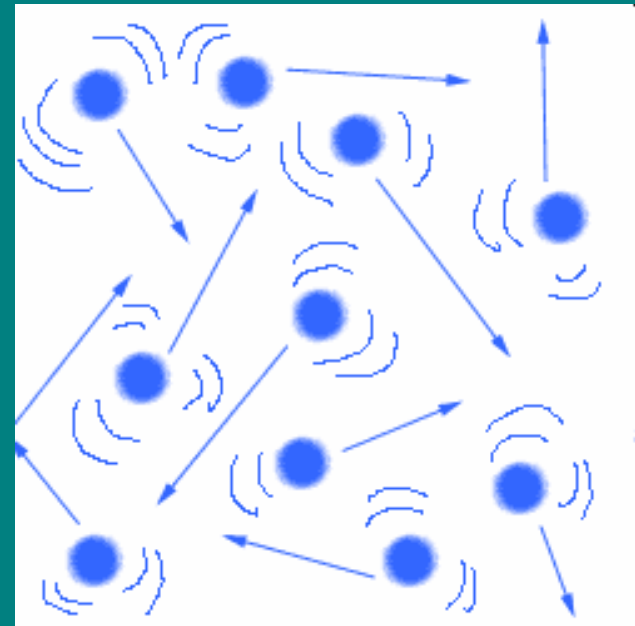
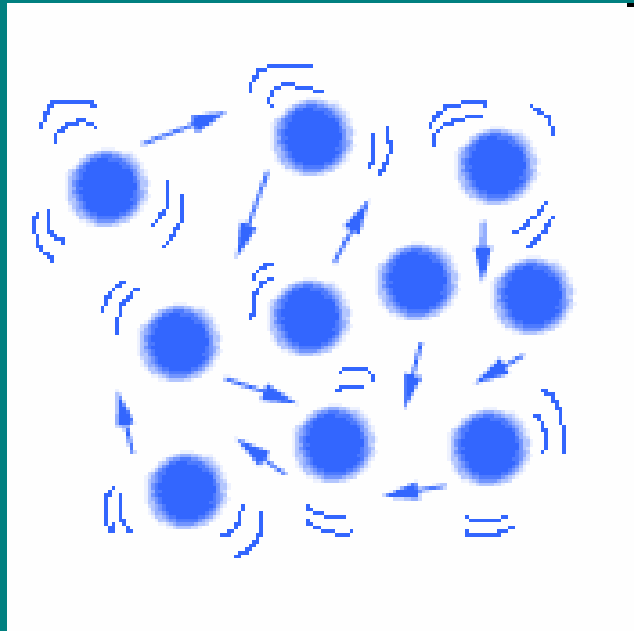
- vapori:

- $T < T_{cr}$



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- Comportarea macroscopică diferită a gazelor și lichidelor = diferența dintre forțele de atracție intermoleculare și distanța medie dintre molecule.



NOTIUNI GENERALE DESPRE FLUIDE

- Diferența L - G nu este foarte distinctă:
- Modificând parametrii de stare (P , T) trecerea unui lichid în fază de vapori se poate face fără apariția unei suprafețe libere și fără a-l fierbe.
- Acest fenomen are loc în **punctul critic**, caracterizat de parametrii critici (P_{cr} , T_{cr}), punct în care proprietățile lichidului și vaporilor sunt identice.

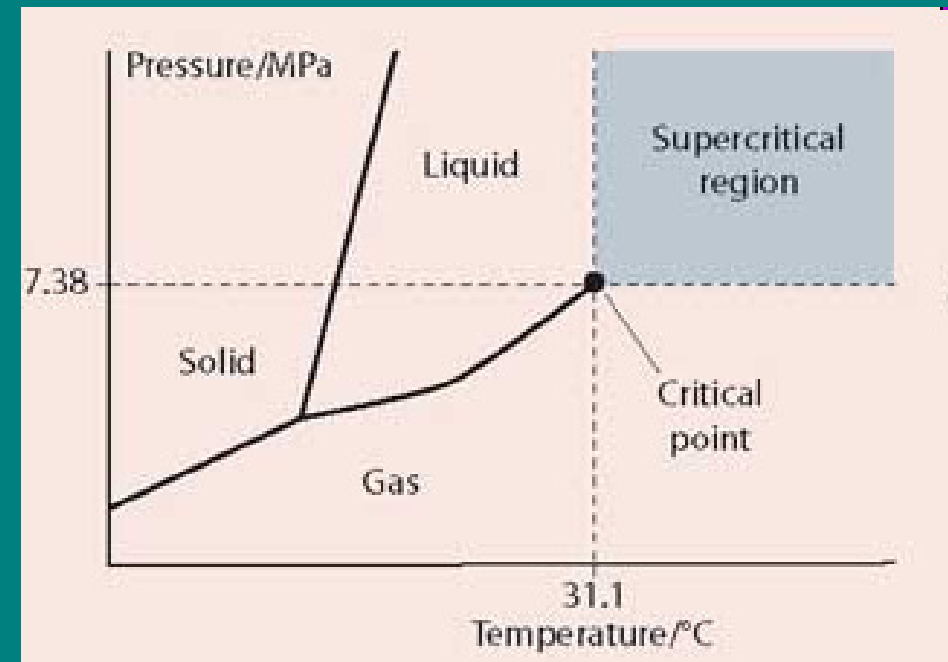
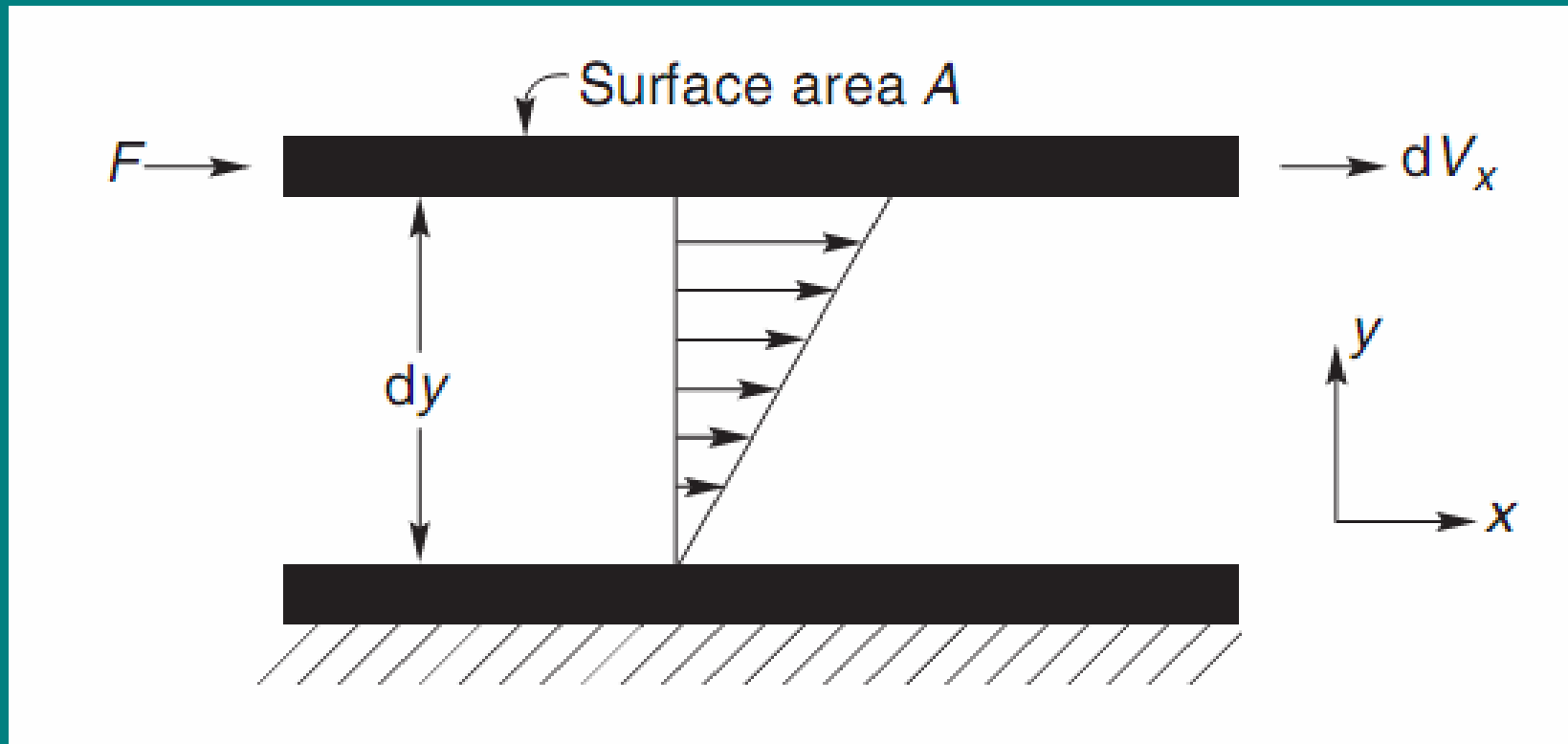


Diagrama de stare a CO_2

Fluide Newtonienne

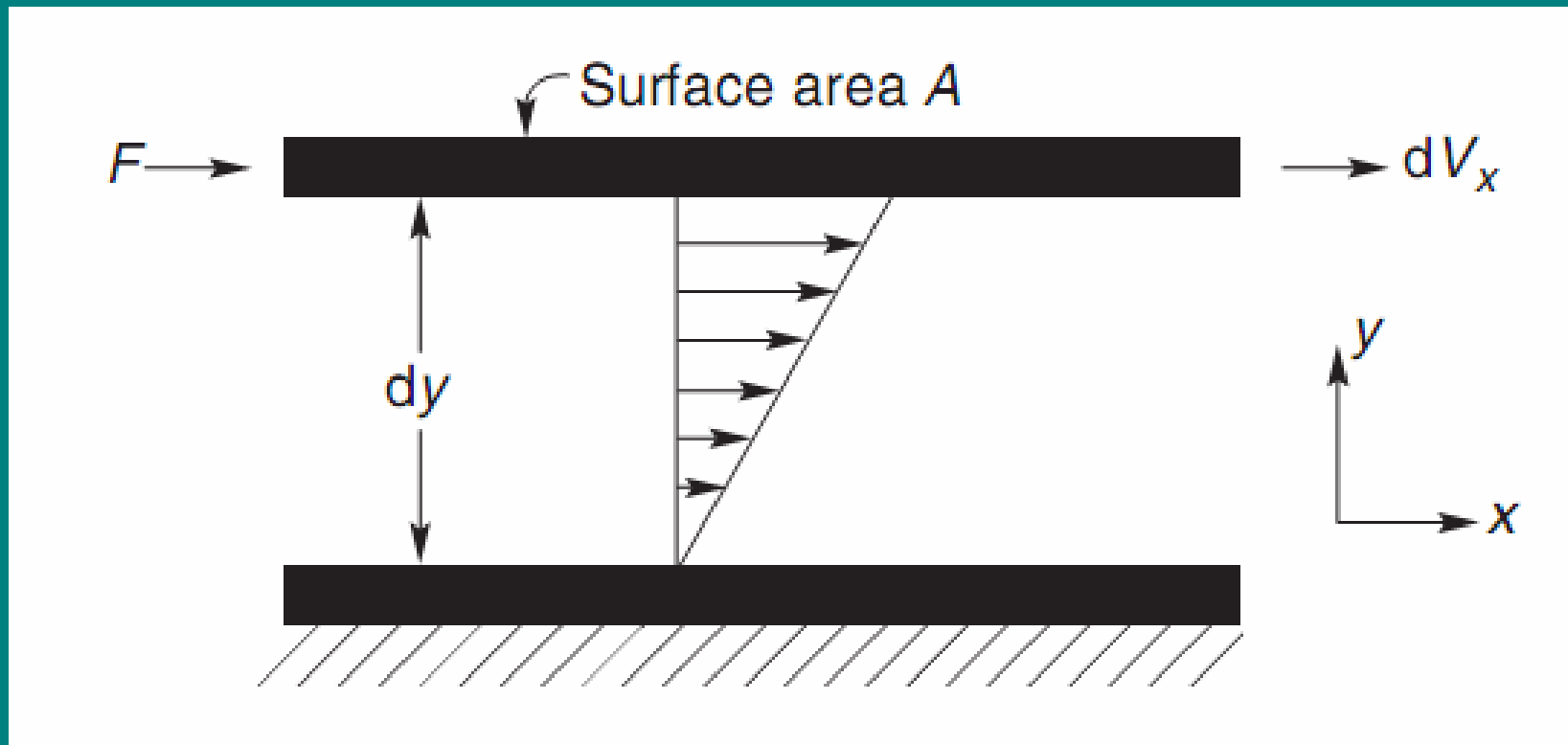
- Un strat subtire de fluid intre doua placi paralele aflate la distanta dy .



Fluide Newtoniene

- Fluidul este supus forfecarii de catre forta F ;
- La echilibru, forta F va fi echilibrata de o forta egala si de sens contrar, data de frecarea interna a fluidului;
- Pentru un fluid incompresibil newtonian aflat in curgere laminara, tensiunea de forfecare rezultanta va fi data de produsul dintre viteza de forfecare si viscozitatea fluidului:

Fluide Newtoniene



$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dv_x}{dy} \right) = \mu \cdot \dot{\gamma}_{yx}$$

(1)

Fluide Newtoniene

τ_{yx}

• primul indice (y) = directia normala la suprafata forfecata

$\dot{\gamma}_{yx}$

• al doilea indice (x) = directia fortei si a curgerii

- semnul minus din paranteza indica faptul ca τ_{yx} este o masura a rezistentei la miscare;
- pentru un fluid incompresibil de densitate ρ , ecuatia (1) se scrie:

$$\tau_{yx} = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{d}{dy} (\rho v_x)$$

(2)

Fluide Newtoniene

- Produsul (ρv_x) reprezinta impulsul (momentul) liniar in directia x , pe unitatea de volum de fluid.
- τ_{yx} reprezinta fluxul de impuls in directia y ,
- semnul minus arata ca transferul de impuls decurge in sensul scaderii vitezei fluidului.

$$\tau_{yx} = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{d}{dy} (\rho v_x)$$

Fluide Newtoniene

- Constanta de proportionalitate μ :

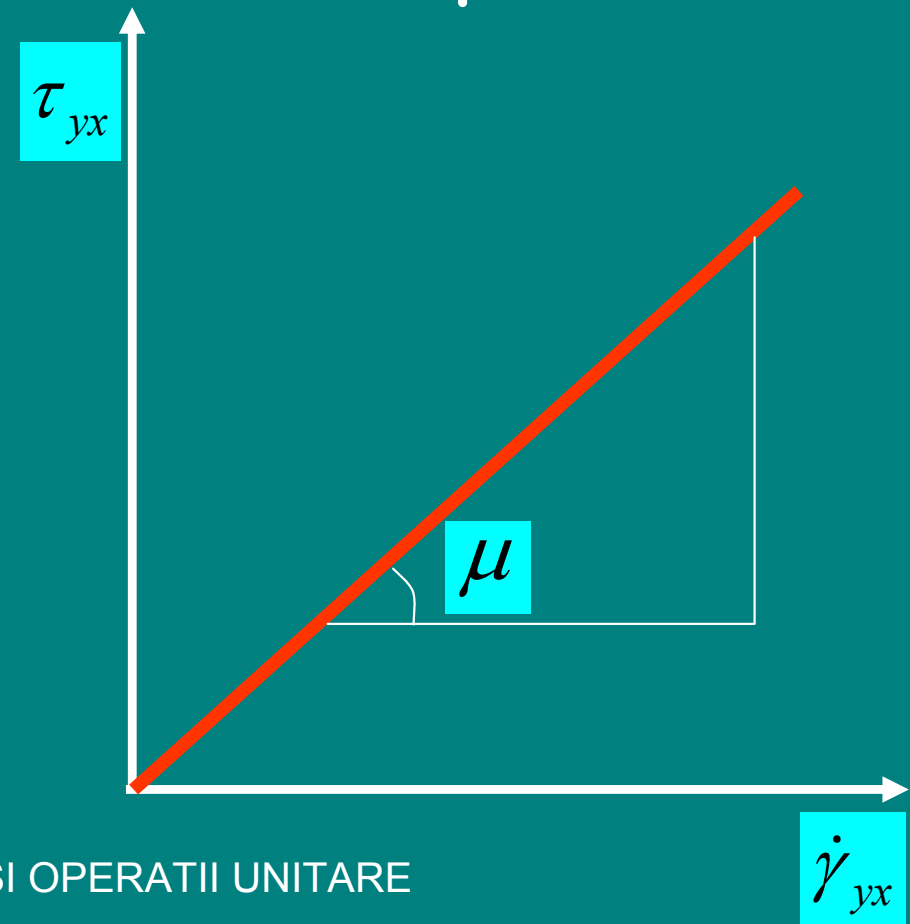
$$\mu = \frac{\text{tensiunea de forfecare } (\tau_{yx})}{\text{viteza de forfecare } (\dot{\gamma}_{yx})}$$

- poarta denumirea de "viscozitate newtoniana"
- Prin definitie este independenta de viteza de forfecare $\dot{\gamma}_{yx}$ si de tensiunea de forfecare τ_{yx} , depinzand numai de:
 - natura fluidului;
 - temperatura;
 - presiune.

Fluide Newtoniene

- Reprezentand grafic τ_{yx} in functie de $\dot{\gamma}_{yx}$ pentru un fluid Newtonian, se obtine o dreapta de panta μ care trece prin origine:

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dv_x}{dy} \right) = \mu \cdot \dot{\gamma}_{yx}$$
$$\Leftrightarrow \tau_{yx} = \mu \cdot \dot{\gamma}_{yx}$$

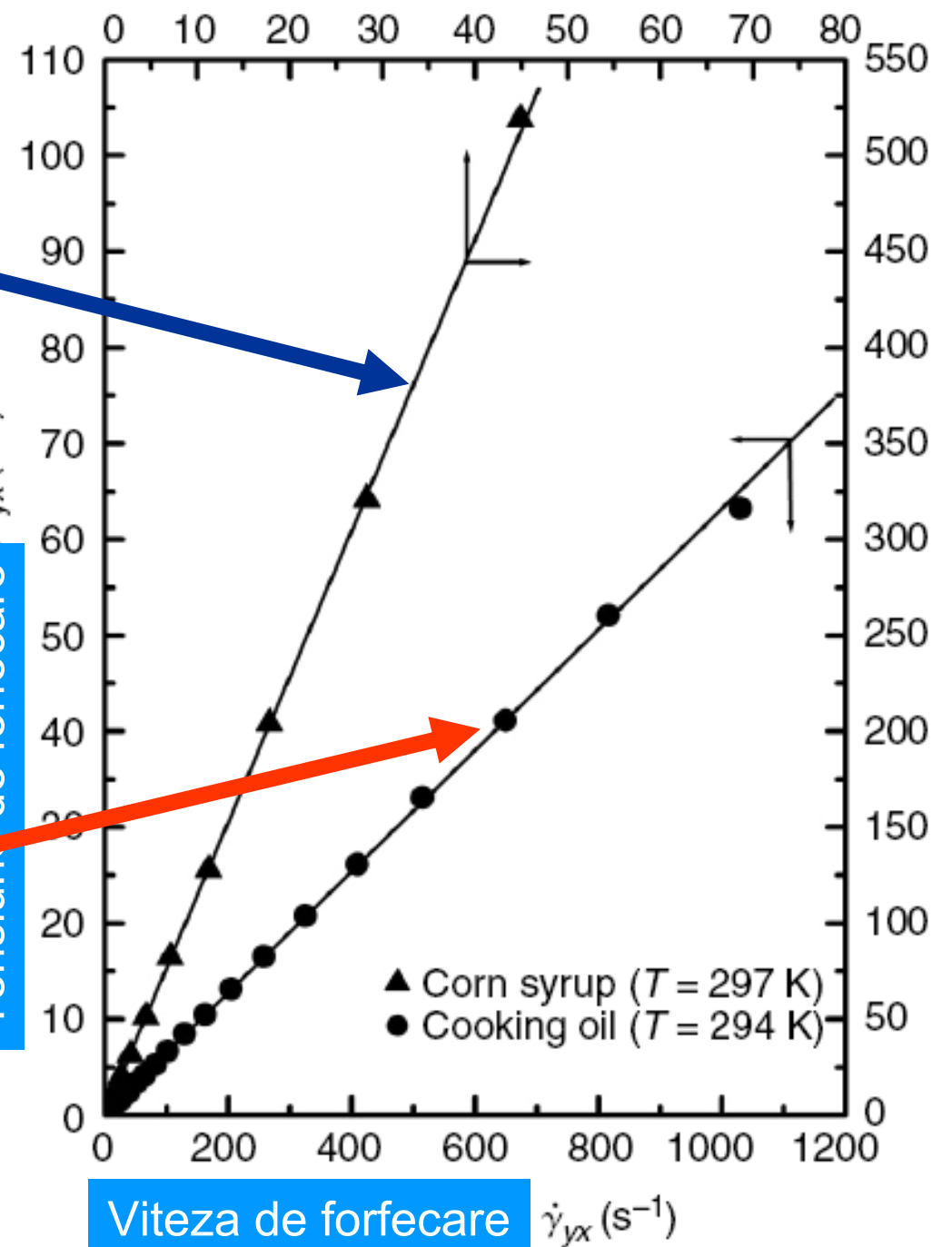


Fluide Newtoniene

- O singura constanta, μ , caracterizeaza complet comportarea la curgere a unui fluid Newtonian.
- Exemple de fluide Newtoniene:
 - gaze;
 - lichidele organice simple;
 - solutiile de saruri anorganice cu masa moleculara mica;
 - metalele si sarurile topite.



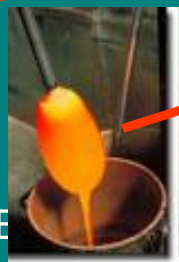
Tensiune de forfecare τ_{yx} (Pa)





Viscozitatea unor substante uzuale aflate la temperatura camerei

Substance	μ (mPa s)
Air	10^{-2}
Water	1
Sodium chloride (1173 K)	1.01
Mercury	1.55
Molten lead (673 K)	2.33
Olive oil	100
Castor oil	600
100% Glycerin	1500
Honey	10^4
Corn syrup	10^5
Molten polymers	10^6
Bitumen	10^{11}
Molten glass	10^{15}
Earth mantle	10^{25}
Glass	10^{43}

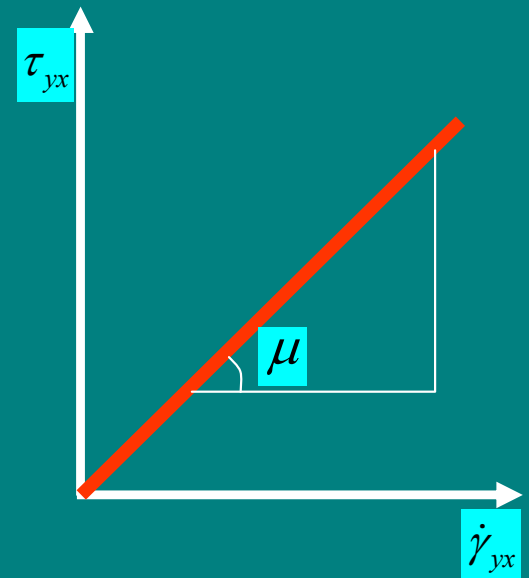


Fluide Newtoniene

- Ecuatia (1) si graficul corespunzator:
 - cel mai simplu caz = curgerea cu forfecare simpla
 - vectorul viteza are o singura componenta (pe directia x)
 - viteza variaza pe o singura directie (pe directia y)

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dv_x}{dy} \right) = \mu \cdot \dot{\gamma}_{yx}$$

$$\Leftrightarrow \tau_{yx} = \mu \cdot \dot{\gamma}_{yx}$$



Fluide Newtoniene

- Pentru cazuri mai complexe (Ex: curgere tridimensională a unui fluid Newtonian incompresibil), pt. curgerea pe direcția x se poate scrie:

$$\tau_{xx} = -2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{xy} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)$$

FLUIDE NENEWTONIENE

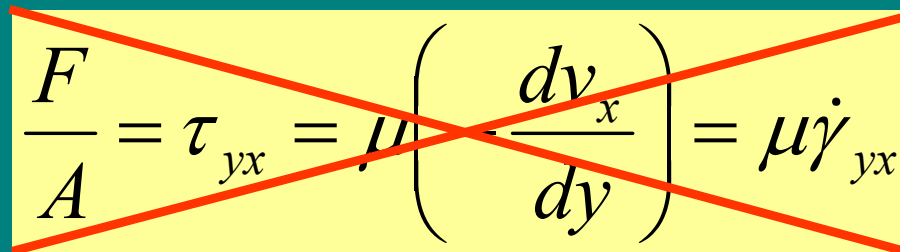


Maioneza

Miere

Fluide Nenewtoniene

- Fluide care nu respecta comportarea de "fluid newtonian":
 - Fie poseda numai viscozitate, dar:
 - Viscozitatea depinde de parametrii solicitarii
 - Corelatia tensiune - viteza de forfecare este neliniara
 - Fie pe langa viscozitate poseda elasticitate si/sau plasticitate


$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{dv_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx}$$

Fluide Nenewtoniene

- Un fluid nenewtonian are o curba de curgere (τ_{yx} in functie de $\dot{\gamma}_{yx}$) neliniara sau care nu trece prin origine.
- **Viscozitatea aparenta** (raportul dintre tensiunea de forfecare si viteza de forfecare) nu este constanta la o temperatura si presiune date, dar depinde de conditiile de curgere:
 - geometria spatiului de curgere;
 - viteza de forfecare;
 - istoria forfecarii.

Exemple de Fluide Nenewtoniene

- adezivi
- unele bauturi alcoolice (bere, lichior)
- dejectii animale
- fluide biologice (sange, saliva)
- bitum
- suspensii de ciment, carbune, creta
- ciocolata
- solutii si topituri de polimeri
- cosmetice (pasta de dinti, sampon, spume de ras, lac de unghii)
- produse lactate (zer, branza, unt, iaurt)
- noroaie de foraj
- spume antiincendiu
- lubrifianti
- produse alimentare (maioneza, sosuri, gem, inghetata)

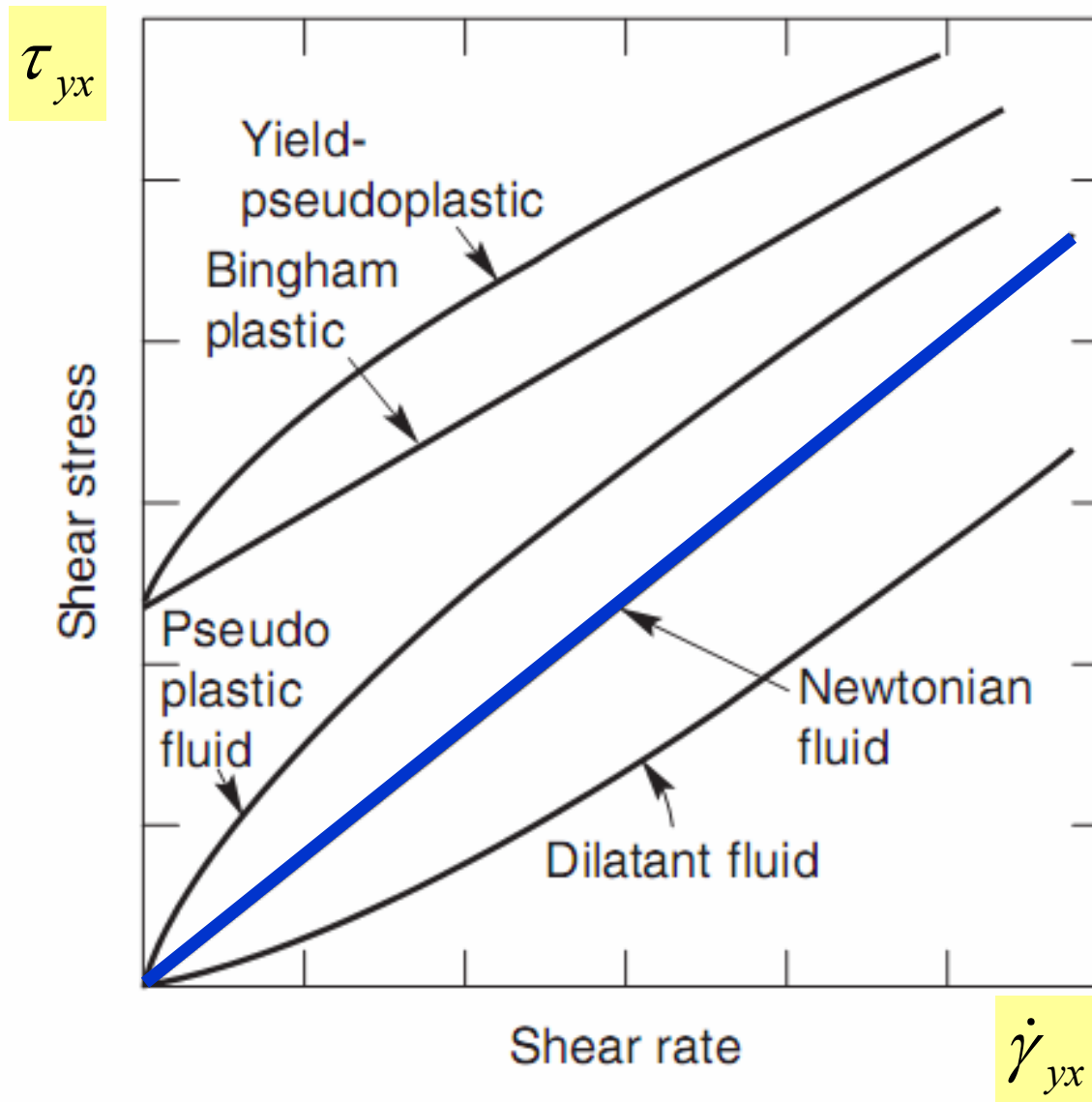
Clase de Fluide Nenewtoniene

1. Fluide pentru care viteza de forfecare in orice punct este determinata numai de valoarea tensiunii de forfecare in punctul respectiv, la momentul respectiv;

sunt cunoscute ca:

- fluide independente de timp
- fluide pur viscoase
- fluide newtoniene generalizate (GNF);

Fluids Newtonian independent of time



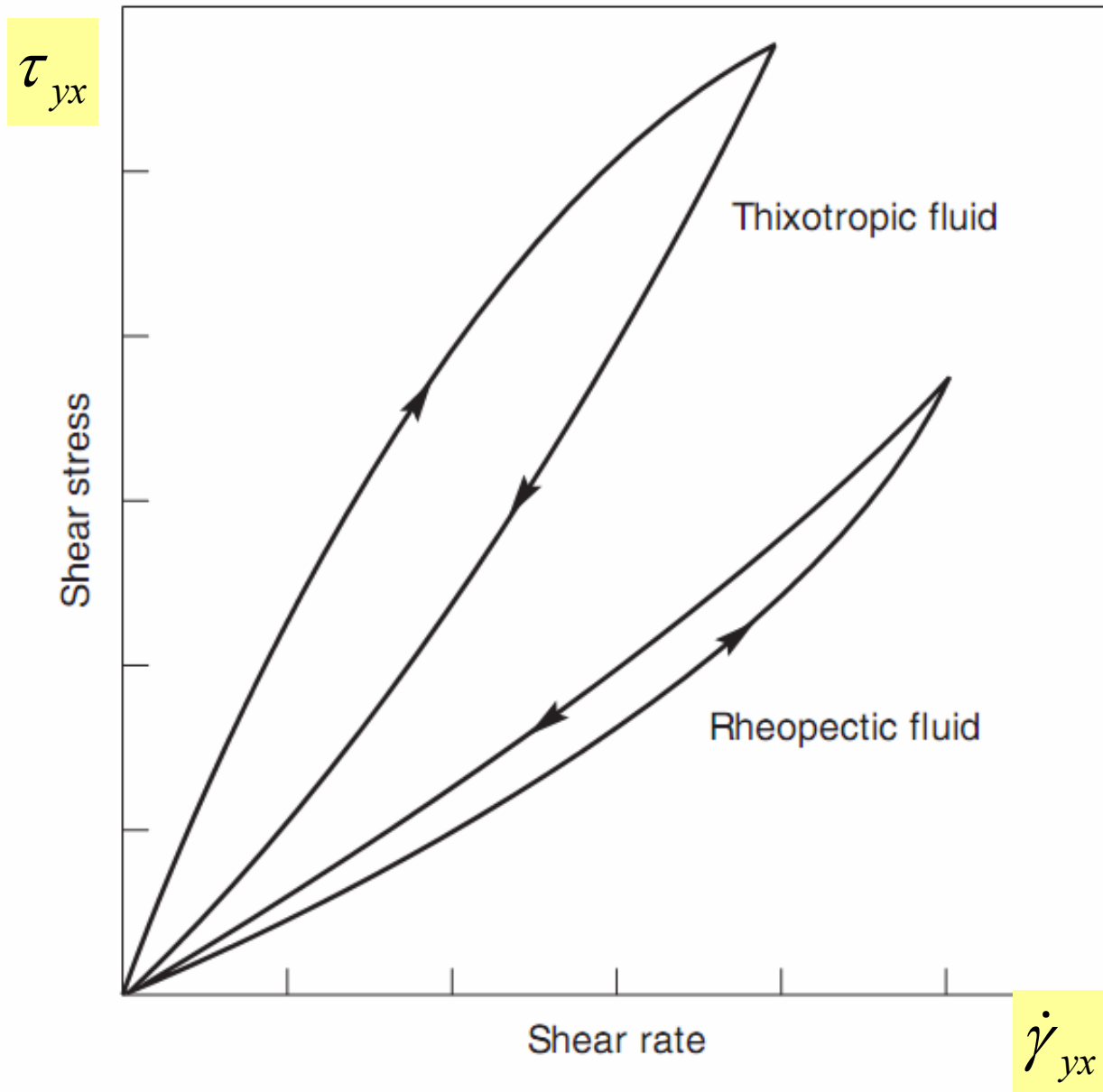
Clase de Fluide Nenewtoniene

2. Fluide complexe pentru care, relatia dintre tensiunea de forfecare si viteza de forfecare depinde in plus si de durata forfecarii si de istoria forfecarii;

se numesc:

- fluide dependente de timp
- fluide dependente de forfecare

Fluide Nenewtoniene dependente de timp



Clase de Fluide Nenewtoniene

3. Substante care prezinta atat caracteristicile fluidelor ideale (viscozitate), cat si ale solidelor elastice (elasticitate), prezentand o recuperare partiala a deformatiei dupa indepartarea sollicitarii

sunt cunoscute drept:

- fluide viscoelastice

Fluide viscoelastice

- Fluidele viscoelastice posedă două proprietăți reologice fundamentale:
 - viscozitate
 - elasticitate



Caracteristici nenewtoniene ale unor materiale

Fluidul	Tip	Consecinte
pasta de dinti	plastic Bingham	sta pe periuta; devine mai fluida in timpul periajului
noroaie de foraj	plastic Bingham	bune proprietati lubrifiante; capacitate de a transporta particule solide
vopseluri	tixotropice	"groasa" in cutie (nu picura de pe pensula), "subtire" cand este aplicata pe o suprafata

Caracteristici nenewtoniene ale unor materiale

Fluidul	Tip	Consecinte
adeziv pentru tapet	pseudo-plastic si visco-elastic	buna capacitate de acoperire, proprietati adezive
albus de ou	visco-elastic	dispersie usoara a aerului (poate fi "batut")
agregate de ciment umezite	dilatant si tixotrop	permite vibrarea: impulsuri mici provoaca sedimentarea aproape completa

Caracteristici nenewtoniene ale unor materiale

Fluidul	Tip	Consecinte
cerneluri tipografice	pseudo-plastic	se intinde usor in masinile de mare viteza; nu curge excesiv la viteze mici
topituri de polimeri	visco-elastic	pot fi trasi prin filiere
titeiuri cu continut de ceara	viscoplastic si tixotrop	curge usor prin conducte, dar curgerea este greu de initiat

STATICA FLUIDELOR

STATICA FLUIDELOR

- Se ocupă cu:
 - legile repausului fluidelor,
 - interacțiunile dintre fluide și suprafețele solide cu care acestea vin în contact.
- Fluid în echilibru (repaus) = rezultanta forțelor care acționează asupra masei de fluid este nulă.

STATICA FLUIDELOR

- **Echilibru:**
- absolut = fluidul este în repaus față de un sistem de referință fix
 - *ex: repausul unui fluid dintr-un rezervor static*
- relativ = fluidul este în repaus față de un sistem de referință mobil
 - *ex: repausul unui fluid dintr-o cisternă în deplasare,*
 - *ex: repausul unui lichid dintr-o centrifugă aflată în mișcare de rotație*

Forțe care acționează în fluide

- Forțele care acționează asupra unei mase de fluid:
 - forțe masice;
 - forțe de suprafață (superficiale).

Forte de masa

- Sunt forțe care:
 1. acționează în fiecare punct al masei de fluid,
 2. sunt determinate de câmpul de forțe externe în care se află fluidul (câmp gravitațional, centrifugal, electric, etc.),
 3. sunt proporționale cu masa fluidului.
- **Exemple:**
 - forța gravitațională,
 - forța centrifugă,
 - forța inerțială,
 - forța electromagnetică, etc.

Forte de masa

- Forțele unitare de masă se definesc prin relația:

$$\vec{F}_m = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_m}{\rho \cdot \Delta V} = \frac{d\vec{F}_m}{\rho \cdot dV}$$

- Au formula dimensională:

$$\left| \vec{F}_m \right| = \frac{\text{Forța}}{\text{Masa}} = \frac{\text{Masa} \cdot \text{Acceleratie}}{\text{Masa}} = L \cdot T^{-2}$$

- Dpdv matematic sunt mărimi vectoriale (tensori de ordinul 1).

Forțe de suprafață

- Sunt forțe care:
 1. acționează asupra suprafețelor de delimitare a masei de fluid,
 2. sunt rezultatul interacțiunii dintre moleculele de fluid din interiorul volumului V de fluid cu moleculele fluidului înconjurător sau cu suprafețele solide cu care fluidul vine în contact.
- Exemple:
 - forțele de presiune,
 - forțele de frecare la curgerea fluidelor, etc.

Forte de suprafata

- Forța unitară de suprafață (tensiunea, efortul unitar) se definește prin relația:

$$\vec{F}_s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_s}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}_s}{dA}$$

$\Delta \vec{F}_s$ = forța de suprafață aplicată

ΔA = aria care mărginește
volumul de fluid ΔV

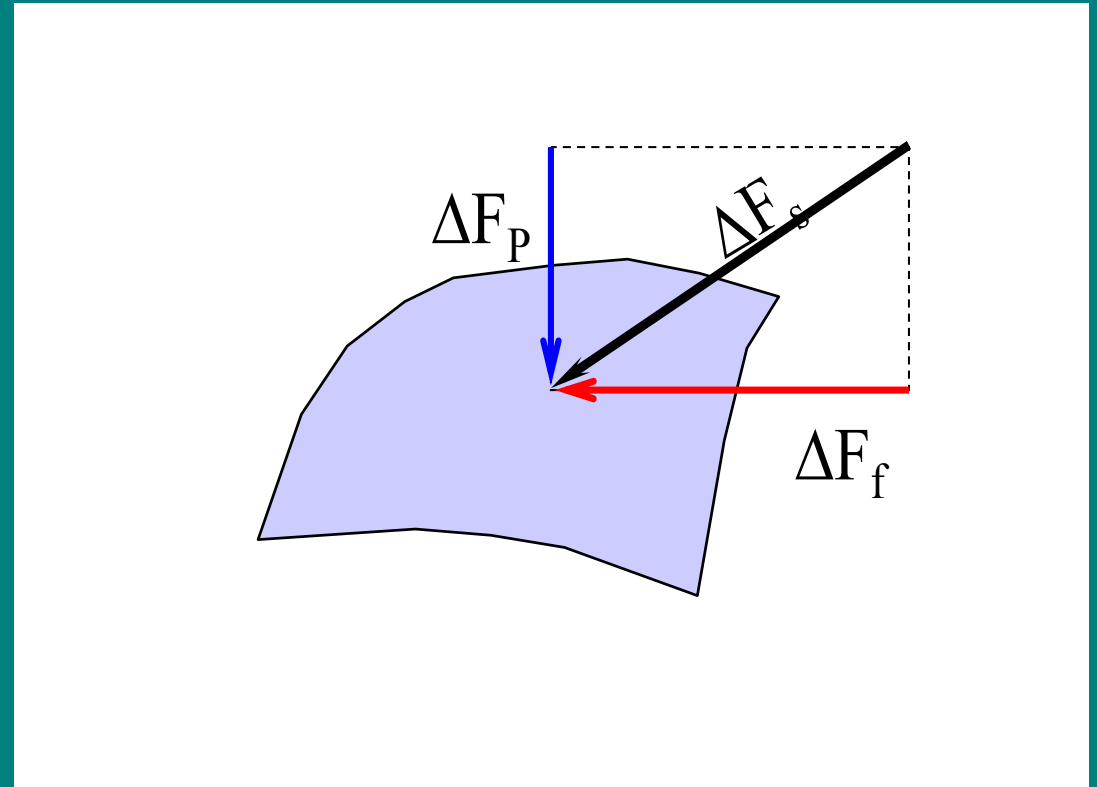
- Formula dimensională:

$$\left| \vec{F}_s \right| = \frac{\text{Forța}}{\text{Suprafața}} = \frac{\text{Masa} \cdot \text{Acceleratie}}{\text{Suprafața}} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

- Dpdv matematic, forțele superficiale sunt mărimi tensoriale de ordin 2.

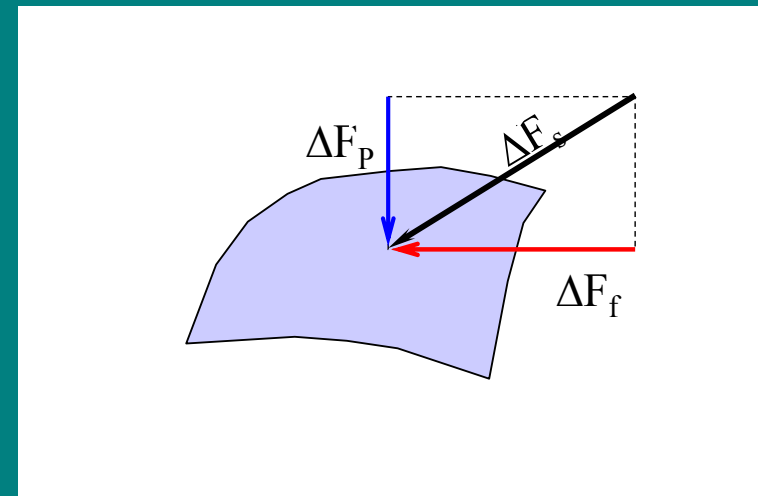
Forțe de suprafață

- În cazul general, forța de suprafață este înclinată în raport cu suprafața ΔA pe care acționează, ea putând fi descompusă în două componente:



Forte de suprafata

- FORTA DE SUPRAFATA $\Delta \vec{F}_s$:
- o componentă normală la suprafața ΔA :
forța de presiune $\Delta \vec{F}_p$;
- o componentă tangentă la suprafața ΔA :
forța de frecare $\Delta \vec{F}_f$.



Forte de suprafata

- Analog, tensiunea se descompune în:
 - **tensiunea normală** (sau compresiunea), numită și presiune hidrodinamică sau presiune:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_P}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}_P}{dA}$$

- **tensiunea tangențială** (sau tensiunea de forfecare):

$$\vec{\tau} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_f}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}_f}{dA}$$

Presiunea statica

- **Tensiunea normală (de compresiune)** caracterizată prin:
 1. perpendicularitate pe suprafața pe care acționează;
 2. orientare către interiorul volumului de fluid considerat;
 3. valoare identică pe orice direcție (devenind astfel o mărime scalară)
- poartă denumirea de **presiune statică**.

Presiunea statica

- Presiunea statică, este definită de relația:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_P}{\Delta A} = \frac{dF_P}{dA}$$

- Formula dimensională:

$$|P| = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Presiunea statica

- Presiunea statică - mărime scalară care caracterizează **intensitatea stării de tensiune a unui fluid** și intervine în ecuația de stare a fluidelor:

$$f(P, V, T) = 0$$

- Unitatea de măsură a presiunii în SI este **pascalul (Pa)**:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

- O unitate tolerată (dar nerecomandată) este barul:

$$1 \text{ bar} = 1.10^5 \text{ Pa}$$

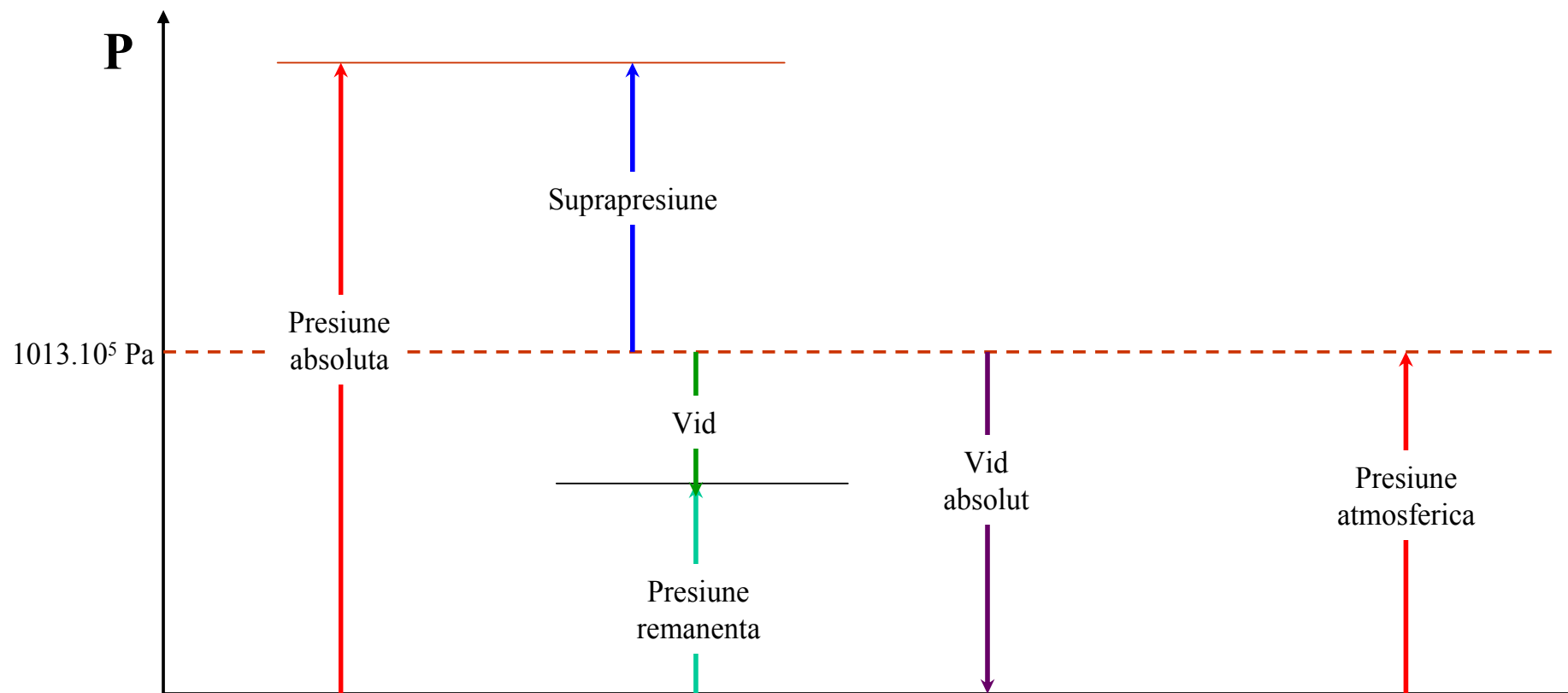
Presiunea statica

- Alte unități (unele folosite încă frecvent în diverse ramuri ale tehnicii) sunt:
 - atmosfera fizică (atm),
 - atmosfera tehnică (at),
 - torrul (1 torr = 1 mm col Hg),
 - mm coloană de apă (mm col H₂O sau mm CA),
 - kgf/m²,
 - dyn/cm²,
 - psi (lb/in²), etc.

Presiunea statica

- Pentru măsurarea presiunii se utilizează două baze (presiuni de referință)
- În mod frecvent se iau ca presiuni de referință:
 - presiunea atmosferică,
 - presiunea zero = vid absolut.

Presiunea statica



Presiunea statica

- Presiunea absolută = presiunea totală exercitată de fluid, măsurată de la un vid absolut.
- Suprapresiunea (presiunea efectivă) = excesul de presiune ce depășește presiunea atmosferică.
- Dacă la presiunea efectivă se adaugă presiunea atmosferică, se obține presiunea absolută:

$$P_{abs} = P_{ef} + P_{atm}$$

Presiunea statica

- Vidul reprezintă un caz special al presiunii diferențiale utilizat în cazul presiunilor subatmosferice
- Vidul reprezintă diferența între presiunea atmosferică și presiunea remanentă.
- Presiunea remanentă este mai mică decât presiunea atmosferică și se exprimă sub formă de presiune absolută.

The general-purpose tank car in the photo below was being steam cleaned in preparation for maintenance. The job was still in progress at the end of the shift so the employee cleaning the car decided to block in the steam. The car had no vacuum relief so as it cooled, the steam condensed and the car imploded.





Video available at: <http://www.instructables.com/community/Tank-Implosion/>
<http://www.woosk.com/2010/01/train-tanker-implosion.html>



Plastic Bag vs. Storage Tank

- Storage Tank Collapse - The Power of a Plastic Bag
- Attached are three photos, courtesy of the API showing a tank collapse as a result of drawing out of a tank when the vent valve was covered by a plastic bag to "protect" it during tank painting.
- This is the third such tank collapse that I am aware of from the exact same cause.







Plastic Bag vs. Storage Tank

- Who knows how many more times this happened that I am not aware of....
- The second picture shows the top of the collapsed tank where the vent is covered with some plastic.... The third picture shows a close up of the bottom lifting off the foundation during the collapse.... The scaffolding around the tank is for painting.

Plastic Bag vs. Storage Tank

Lessons Learned:

1. Covering the vent valve during tank painting is fairly standard practice; unfortunately leaving it covered when drawing out of the tank is very non-standard practice.
2. This is an expensive, embarrassing mistake that is entirely preventable by adherence to good procedures and good communications between operations and maintenance.

Plastic Bag vs. Storage Tank

3. This sort of thing nearly always results in total destruction of the tank. It is generally not cost effective to repair tanks with this extent of damage.
4. For some, it is hard to believe that the plastic over the vent valve is stronger than the steel tank under the vacuum conditions that are created when drawing product out of the tank. Seeing is believing.

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- În interiorul unui fluid, presiunea variază în fiecare punct al acestuia după o ecuație de forma:

$$P = f(x, y, z) \quad (41)$$

- scrisă diferențial:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \quad (42)$$

- $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}$ = gradientii presiunii statice după axele de coordonate x, y, z .

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Deducerea gradientilor necesită cunoașterea forțelor care acționează asupra fluidului.
- Fluidul fiind în echilibru rezultanta forțelor care acționează asupra sa este nulă.
- Se consideră un volum diferențial dV de fluid omogen ($\rho = \text{const.}$) aflat în repaus. Elementul de volum considerat este de formă paralelipipedică, având laturile dx , dy , dz .

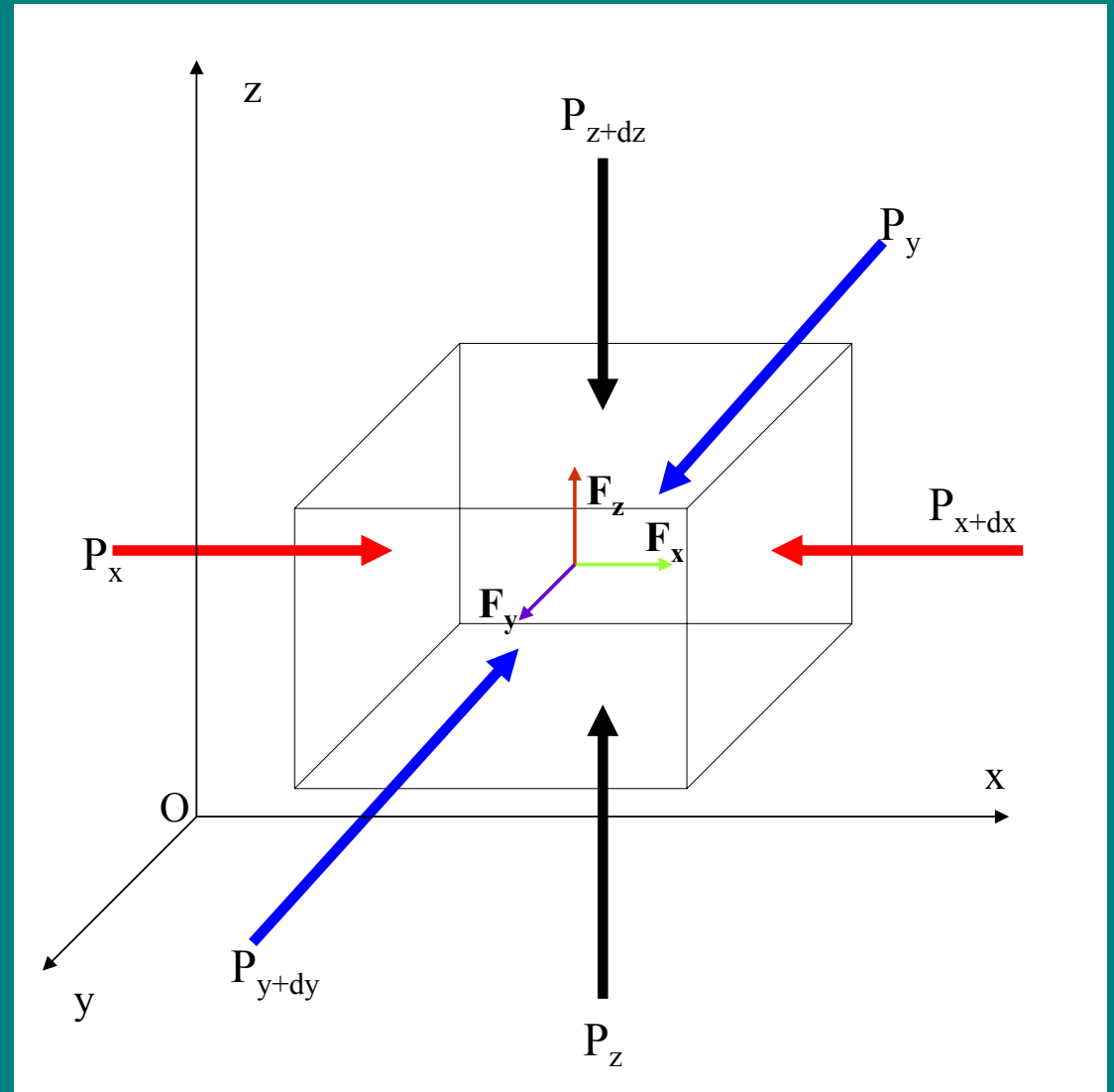
Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Volumul elementului

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz \quad (43)$$

- iar masa sa

$$m = \rho dV \quad (44)$$



Ecuatia fundamentala a staticii fluidelor

- Asupra elementului de volum acționează:
 - forțele de suprafață sub forma forțelor de presiune
 - forțele masice
 - forțele tangențiale sunt nule, fluidul fiind în repaus.
- În figura sunt reprezentate proiecțiile forțelor pe axe de coordonate:
 - P = presiunea statică,
 - F_x, F_y, F_z = forțele unitare masice.

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Condiția de echilibru = suma proiecțiilor forțelor care acționează asupra volumului elementar de fluid pe axe de coordonate să fie nulă.
- Această condiție se poate scrie:

$$\begin{aligned} P|_x dydz - P|_{(x+dx)} dydz + \rho dx dy dz F_x &= 0 \\ P|_y dx dz - P|_{(y+dy)} dx dz + \rho dx dy dz F_y &= 0 \\ P|_z dx dy - P|_{(z+dz)} dx dy + \rho dx dy dz F_z &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Ținând cont că:

$$\Psi|_{(w+dw)} = \Psi|_w + \frac{\partial \Psi}{\partial w} dw \quad (46)$$

- după înlocuiri, simplificări și împărțirea fiecărei ecuații prin dV , ecuațiile (45)

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho F_x \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \rho F_y \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho F_z \quad (47)$$

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Ecuațiile (47):

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho F_x$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho F_y$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho F_z$$

(47)

- ecuațiile diferențiale de echilibru ale fluidului = ecuațiile Euler.

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Introducând (47) în (42) se obține ecuația diferențială a staticii fluidelor:

$$dP = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz) \quad (48)$$

- Dacă $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sunt vectorii unitate (versorii) pe axele Ox, Oy, Oz, din (42) și (47) rezultă:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) = (F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}) \quad (49)$$

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Ecuatia (49)
$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) = (F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k})$$
- se mai poate scrie:
$$\vec{F} = \frac{1}{\rho} \text{grad } P = \frac{1}{\rho} \nabla P \quad (50)$$
- forma vectorială a ecuației Euler, în care operatorul ∇ (nabla) aplicat unei funcții are expresia:

$$\nabla \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \vec{k} \quad (51)$$

Ecuatia fundamentală a staticii fluidelor

- Ecuația (50) este valabilă atât pentru repausul absolut cât și pentru repausul relativ al fluidelor.

$$\vec{F} = \frac{1}{\rho} \text{grad } P = \frac{1}{\rho} \nabla P$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) = \left(F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \right)$$

Echilibrul absolut al fluidelor în câmpul de forțe gravitațional

- Într-un fluid omogen ($\rho = \text{const.}$), aflat în repaus în câmp gravitațional, acționează ca forță de masă **forța gravitațională**, ale cărei componente sunt:

$$F_x = 0 \qquad F_y = 0 \qquad F_z = g$$

- Înlocuind aceste expresii în (47), ecuațiile diferențiale de echilibru devin:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho g \qquad (52)$$

Echilibrul absolut al fluidelor în câmpul de forțe gravitațional

- iar ecuația (48) devine:

$$dP = \rho \cdot g \cdot dz \iff \int_{P_0}^P dP = \rho g \int_{H_0}^H dz \quad (53)$$

- din care rezultă: $P - P_0 = \rho g (H - H_0)$ (54)
- Dacă P_0 reprezintă presiunea la suprafața unui lichid ($H_0 = 0$), ecuația (54) devine:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot H \quad (55)$$

Echilibrul absolut al fluidelor în câmpul de forțe gravitațional

- Relația (55) arată că presiunea într-un lichid (considerat incompresibil) crește liniar cu adâncimea.
- Diferența: $P - P_0 = \rho \cdot g \cdot H = \gamma \cdot H$ (56)
- = **presiune piezometrică** = presiunea exercitată de un lichid, egală cu greutatea coloanei de lichid de deasupra punctului pentru care se măsoară presiunea piezometrică:
 - H = înălțimea coloanei de lichid deasupra punctului considerat (sau adâncimea punctului în lichid),
 - γ = greutatea specifică a lichidului (greutatea unității de volum).

Echilibrul absolut al fluidelor în câmpul de forțe gravitațional

- În cazul fluidelor compresibile (gaze sau vapori) aflate în repaus izoterm, integrarea ecuației (53) se efectuează ținând cont că densitatea fluidului variază cu presiunea acestuia.

$$dP = \rho \cdot g \cdot dz \quad (53^*)$$

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} = g \cdot \int_{H_0}^H dz \quad (53^{**})$$

Echilibrul absolut al fluidelor în câmpul de forțe gravitațional

- Din analiza ec. (52) – (56) se poate constata că, într-un fluid omogen, incompresibil, aflat în echilibru în câmp de forțe gravitațional:
 1. presiunea statică este direct proporțională cu înălțimea coloanei de lichid;
 2. suprafețele izobare (suprafețe de egală presiune) sunt plane orizontale de ecuație $z = \text{const.}$; [principiul vaselor comunicante, aplicațiile acestui principiu (sticla de nivel, manometrul, manometrul diferențial)];
 3. orice variație a presiunii într-un punct oarecare al lichidului se transmite cu intensitate egală în toată masa fluidului (principiul lui Pascal); [construcția preselor hidraulice.]

Principiul lui Arhimede.

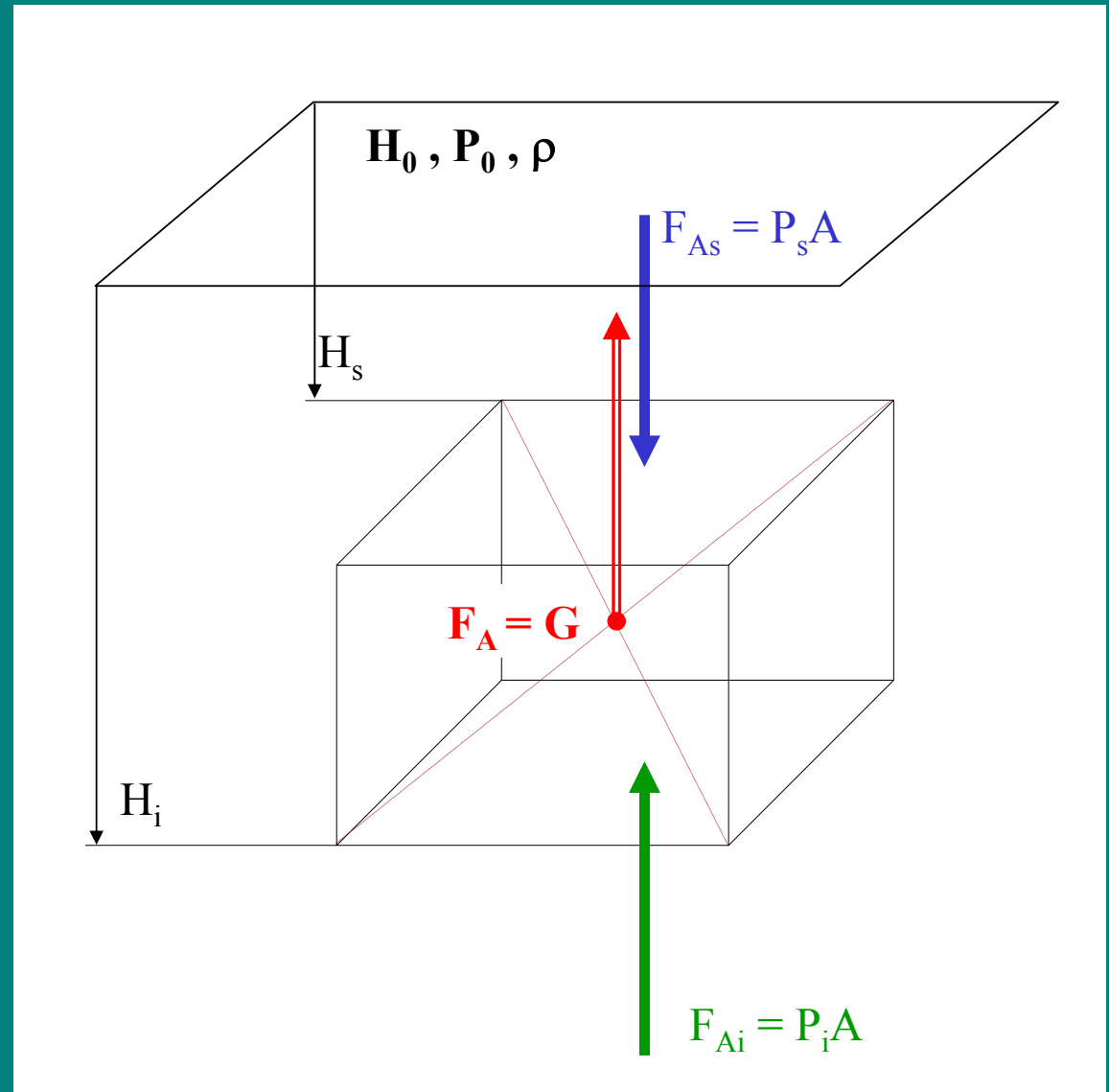
Forța de plutire

- Asupra unui corp imersat într-un fluid aflat în echilibru, efectul presiunii statice se manifestă ca o forță F_A (numită și **forță arhimedică**):
 - egală cu greutatea volumului de fluid dislocuit de corp (G),
 - orientată de jos în sus,
 - cu punctul de aplicație în centrul de greutate al corpului imersat.

Principiul lui Arhimede.

Forța de plutire

- Se consideră cazul unui corp paralelipipedic cufundat într-un fluid omogen având densitatea ρ .
- Forțele rezultate din presiunea hidrostatică pe fețele laterale ale paralelipipedului se echilibrează două câte două, ca fiind egale și de sens opus.



Principiul lui Arhimede.

Forța de plutire

- Forțele de pe fața superioară (F_{As}) și inferioară (F_{Ai}) vor fi, cf. ecuației (54):

$$F_{As} = P_s \cdot A = (\rho \cdot g \cdot H_s + P_0) \cdot A$$

$$F_{Ai} = P_i \cdot A = (\rho \cdot g \cdot H_i + P_0) \cdot A$$

- P_s , P_i = presiunile hidrostactice pe fețele superioară și respectiv inferioară ale paralelipipedului,
- A = aria fiecăreia dintre aceste fețe,
- P_0 = presiunea la suprafața lichidului,
- H_s , H_i = adâncimile la care se găsesc fața superioară și respectiv inferioară a corpului imersat.

Principiul lui Arhimede.

Forța de plutire

- Forța rezultantă pe direcția z va fi:

$$F_A = F_{Ai} - F_{As} = \rho \cdot g \cdot (H_i - H_s) \cdot A = \\ = \rho \cdot g \cdot H \cdot A = \rho \cdot g \cdot V = g \cdot m = G$$

- Același rezultat, $F_A = G$ se va obține indiferent de forma corpului imersat.
- Principiul lui Arhimede se aplică și în cazul unui corp parțial imersat într-un lichid, caz în care se consideră numai volumul părții de corp scufundate.

Principiul lui Arhimede.

Forța de plutire

- Aplicație:
- Să se determine forța de plutire (F_A) în cazul următoarelor corpuri complet imersate în fluid:
 - un cilindru cu diametrul D și înălțimea H , orientat cu generatoarea paralelă cu axa Oz ;
 - o sferă de rază R ;
- precum și în cazul unor corpuri parțial imersate:
 - un cilindru cu diametrul D și înălțimea H , orientat cu generatoarea paralelă cu axa Ox , imersat până la jumătate;
 - o sferă de rază R imersată până la jumătate.